

整数解, 整数

【問題1】 ある商店で、商品Aを1個50円、商品Bを1個10円で販売を開始し、この2品目の初日の売上げは合計で5,800円であった。2日目に商品Aを2割引したところ、商品Aの販売数量は10個増え、この2品目の売上げは合計で5,000円であった。初日の商品Aの販売数量はどれか。ただし、商品Bの販売数量は、両日とも8個以上20個未満であったものとする。(特別区2008) 0_46

1:110個 2:111個 3:112個 **4**:113個 5:114個

【解説】 商品A, Bの初日販売個数を x, y とする。 $50x+10y=5800$ ① 2日目商品Bの個数を z とすると、 $40(x+10)+10z=5000$ ② ①②から $z=(4y-20)/5 = (4y/5)-4$ y は8以上20未満であるから10, 15で、このとき、 $z=4, 8$ で、8が該当する。 $y=15$ を $50x+10y=5800$ に代入すると、 $x=113$ となる。

【問題2】 17を73乗したときの1の位の数はいくつか。(特別区1992) 23_68

1 : 1 2 : 3 3 : 5 **4** : 7 5 : 9

【解説】 7を4乗すると1の位は1, $7^3=4 \times 18$ 余り1だから $17^{73} = (17^4)^{18} \times 7$

【問題3】 異なる三つの正の整数がある。これらのうちから二つを選んで和と差(大きい方の数から小さい方の数を減じて得た数)を算出して、その全てを大きい順に左から並べたところ、次のとおりとなった。

101, 92, 54, 47, 45, 9

このとき、三つの整数の和はいくらか。(国家総合2014) 27_76'

1 : 120 2 : 133 3 : 151 4 : 160 5 : 173

【解説】 $a+b=101$ ①, $a+c=92$ ②, $b-c=9$ ③は成り立つ。 a が偶数なら b は奇数, c は偶数 $a-c$ も偶数。 a が奇数なら b は偶数, c は奇数, $a-c$ は偶数, $a-c$ はいずれにしても偶数。

選択肢の中の残りの偶数は54, $a-c=54 \Rightarrow a=54+c$ ②に代入 $54+2c=92$ $c=19$ これと①から $a+b+c=101+19=120$

【問題4】 ある菓子屋で、95個の菓子を作った。これらを使って、3個入り・5個入り・10個入りの菓子の詰め合わせを作ったところ、菓子は余らず、20個の菓子の詰め合わせができた。5個入りの詰め合わせの箱の数が、3個入りの詰め合わせの箱の数よりも少ないとき、3個入りの詰め合わせの箱の数はいくつか。(市役所2010) 17_52'

1:8個 **2**:10個 3:12個 4:14個 5:16個

【解説】 3, 5, 10個入りの箱の数を x, y, z として式を立てる。 $3x+5y+10z=95$, $x+y+z=20$, z を消去するため10倍し $x=15-(5y/7)$ を得、 x が正数だから y は7, 14この時 x は10, 5で y が x より小さい条件から、 x は10

【問題5】 あるテニスサークルの夏合宿において、一次募集した参加人数を基に部屋割りを検討したところ、次のア～ウのことが分かった。

ア 全ての部屋を8人部屋に設定すると、23人の参加者を二次募集できる。

イ 全ての部屋を6人部屋に設定すると、8人分以上の部屋が不足する。

ウ 8部屋を8人部屋に設定し、残りの部屋を6人部屋に設定すると、6人以上の参加者を二次募集できる。

以上から判断して、合宿に使用する部屋数として、正しいのはどれか。(東京都2015) 19_56'

1:12 2:13 3:14 4:15 **5**:16

【解説】 一次募集の参加人数を x , 部屋数を y とする。アから $8y-23=x$, イから $6y+8 < x$, $y \geq 15.5$, ウから $8 \times 8 + 6(y-8) - 6 > x$, $x < 6y+10$, $y < 16.5$, $\therefore y=16$

【問題6】 ある売店では、A 弁当が 1,050 円、B 弁当が 1,300 円、サンドイッチが 400 円で販売されており、昨日の売上高と売れた数について次のア～ウのことが分かっている。

ア A 弁当，B 弁当，サンドイッチの売上高の合計は 99,900 円であった。

イ サンドイッチが売れた数は，A 弁当が売れた数の半分より 4 個少なかった。

ウ 1 番多く売れたのは A 弁当で，2 番は B 弁当，3 番はサンドイッチであった。

以上から判断して，昨日売れたサンドイッチの数として，正しいのはどれか。（大阪府 2010）20_58'

1 20 21 3 22 4 23 5 24

【解説】 A, B, C の売れた個数を a , b , c とおいて，式を立てる。

アから $1050a + 1300b + 400c = 99900 \Rightarrow 10.5a + 13b + 4c = 999$ ①

イから $c = a \div 2 - 4 \Rightarrow 2c = a - 8 \Rightarrow a = 2c + 8$ ②

②を①に代入： $10.5(2c + 8) + 13b + 4c = 999$ 展開すると $21c + 84 + 13b + 4c = 999$

まとめると， $13b + 25c = 915 \Rightarrow b = (915 - 25c) \div 13 \Rightarrow b = 5(183 - 5c) \div 13$

これは， b は 5 の倍数で $(183 - 5c)$ が 13 の倍数である。

選択肢の c の値を代入し， $(183 - 5c)$ が 13 の倍数となる c を求める。

$a = 50$, $b = 30$, $c = 21$