

最小公倍数, 素因数分解・約数

【問題1】 5で割ると3余り, 6で割ると4余り, 7で割ると5余る最小の自然数の各桁の数の和はいくつか。【特別区2009】Q1_10'

1 11 2 12 3 13 4 14 5 15

【解説】あと2多ければ余らないから, 5, 6, 7の最小公倍数から, 2を引き, 208

【問題2】 756の約数の個数はいくつか。(特別区2000) Q9_30'

1 12個 2 16個 3 20個 4 24個 5 28個

【解説】 $756=2^2 \times 3^3 \times 7 \Rightarrow 3 \times 4 \times 2=24$

整数解, 整数

【問題3】 ある商店で, 商品Aを1個50円, 商品Bを1個10円で販売を開始し, この2品目の初日の売上げは合計で5,800円であった。2日目に商品Aを2割引したところ, 商品Aの販売数量は10個増え, この2品目の売上げは合計で5,000円であった。初日の商品Aの販売数量はどれか。ただし, 商品Bの販売数量は, 両日とも8個以上20個未満であったものとする。(特別区2008) 0_46

1:110個 2:111個 3:112個 4:113個 5:114個

【解説】Aの初日売上個数をx, Bの初日売上をy, 二日目をzとすると, $50x+10y=5800$, $40(x+10)+10z=5000$, この二つの式から $z=(4y-20)/5 = (4y/5)-4$ が得られ, yは8以上20未満であるから10, 15で, このとき, $z=4, 8$ で, 8が該当する。y=15を $50x+10y=5800$ に代入すると, $x=113$ となる。

【問題4】 ある菓子屋で, 95個の菓子を作った。これらを使って, 3個入り・5個入り・10個入りの菓子の詰め合わせを作ったところ, 菓子は余らず, 20個の菓子の詰め合わせができた。5個入りの詰め合わせの箱の数が, 3個入りの詰め合わせの箱の数よりも少ないとき, 3個入りの詰め合わせの箱の数はいくつか。(市役所2010)

Q17_52

1:8個 2:10個 3:12個 4:14個 5:16個

【解説】それぞれ, abcとすると, $3a+5b+10c=95$, $a+b+c=20$ から $2b+7c=35$ $c=5-2b/7$

cが自然数となるのは, bが7のとき, $c=3$ で $a=10$ 。bが14では条件 $b < a$ を満たさない。

※ 問題に誤植がありましたが, 出題者の意図把握に影響しないと考えます。

比・割合, 利益, 濃度

【問題5】 甲, 乙2種類の食塩水がある。甲3, 乙1の割合で混ぜ合わせると濃度5%, 甲1, 乙3の割合で混ぜ合わせると濃度7%の食塩水が得られる。このとき, 乙の食塩水の濃度は, 次のうちどれか。(裁事家裁2003) 0_114

1 4% 2 5% 3 6% 4 7% 5 8%

【解説】甲:乙=a, b%とし3:1から $3a+b=4 \times 0.05$ ① 1:3から $a+3b=4 \times 0.07$ ② ①②より0.08

【問題6】 ある高校で一年生全体に対して, 現時点で考えている将来の進路について「進学希望」「就職希望」「未定」のいずれかを選択するようにアンケートを取ったところ, ア, イ, ウの結果を得た。「就職希望」を選択した生徒数は何人か。(法務教官2001) Q29_86

ア:一年生全体の生徒数と, 「進学希望」と「就職希望」を選択した生徒数の合計の比は, 5:4である。

イ:「就職希望」を選択した生徒数と一年生全体の生徒数の比は, 9:50である。

ウ:「進学希望」を選択した生徒数は248人である。

1 72人 2 76人 3 80人 4 84人 5 88人

【解説】未知数を記号で置き換える。全体をZ, 進学希望をI, 就職希望をY, 未定をM。そして条件を式で表す。

アから, $Z/(I+Y)=5/4$ ① イから, $Y/Z=9/50$ ② ウから, $I=248$ ③

この3つの式からYを求める。①から $4Z=5(I+Y)$ ②から $9Z=50Y$, ①を10倍して②を引く。

$40Z=50I+50Y \Rightarrow 31Z=50I$ ③を代入し, $31Z=50 \times 248 \Rightarrow Z=50 \times 8=400$ $50Y=9 \times 400$ から $Y=72$ (結局Mは使用しなかった)

【問題7】 ある部署の配置換えを考える。その部署には部長が2人以上配置され, 部長にはそれぞれ課長が2人以上同数配置される。部長と課長の人数の合計を最小化するように, 課長にそれぞれ同数の一般職員を配置したら, 一般職

員は 294 人になった。部長と課長の人数の合計として妥当なものはどれか。

1 : 6 **2** : 8 3 : 9 4 : 12 5 : 16

【解説】部長が 2 人で課長が 4 人の場合が最少である。部長を増やすと課長はそれ以上に増えるから、課長を増やすことを考える。課長に一般職員が配置されるから、294 人を 4 で割ると、73.5 人となり割り切れない。5 人も同じだが、6 人であれば、49 人となり割り切れる。

【問題 8】 ある企業は本社と営業所から成り、社員は計 120 人いる。本社の社員に占める男性社員の割合は 30% であり、営業所にいる男性社員数は 42 人である。あるとき、営業所から本社に社員が 20 人異動した。この結果、本社の社員に占める男性社員の割合は 40% となり、営業所の社員に占める男性社員の割合は 50% となった。異動した男性社員は何人か。(地上 2014) Q31_90

1 : 10 人 **2** : 12 人 3 : 14 人 4 : 16 人 5 : 18 人

【解説】 異動前の本社の社員数を X, 異動した男性社員を Y とする。

本社の男性社員 $0.3X$, 全体の男性社員は $0.3X + 42$ 人, 20 人異動すると本社の人数は $X + 20$

$$(0.3X + Y) / (X + 20) = 0.4 \Rightarrow X = 10Y - 80 \quad \text{①}$$

営業所の人数は、 $120 - X$ 人から 20 人が異動すると $120 - X - 20$ 男性社員は 42 人で Y 人異動だから残りは $42 - Y$ 人となり、この男性社員の割合が 0.5 であるから、 $(42 - Y) / (120 - X - 20) = 0.5 \Rightarrow 42 - Y = 50 - 0.5X \Rightarrow \text{①}$ 式を代入し、 $42 - Y = 50 - 0.5(10Y - 80) \therefore Y = 12$

【問題 9】 正の整数 a, b があり、 $a < b$ であるとき、次の式における a, b の組合せの数として、正しいのはどれか。

(東京都 2013) Q25_72 改

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{6} \quad 1 \text{ 2 組} \quad 2 \text{ 3 組} \quad \textbf{3} \text{ 4 組} \quad 4 \text{ 5 組} \quad 5 \text{ 6 組}$$

【解説】 $6b + 6a = ab \quad ab - 6a - 6b + 36 = 36 \quad (a - 6) \times (b - 6) = 36$

$a < b$ と正整数から、 $(a - 6, b - 6) = (1, 36) (2, 18) (3, 12) (4, 9)$

$(a, b) = (7, 42) (8, 24) (9, 18) (10, 15)$

【問題 10】 ある塩の水溶液 A, B は、濃度が互いに異なり、それぞれが 1,200g ずつある。両方を別々の瓶に入れて保管していたところ、水溶液 A が入った瓶の蓋が緩んでいたため、水溶液 A の水分の一部が蒸発した結果、100g の塩が沈殿した。

この沈殿物を取り除くと、水溶液の重量は 800g となったが、これに水溶液 B のうちの 400g を加えたところ、この水溶液の濃度は水溶液 A の当初の濃度と同じになった。

次に、水溶液 A から取り出した沈殿物 100g に、水溶液 B のうちの 500g を加えて溶かしたところ、この水溶液の濃度も水溶液 A の当初の濃度と同じになった。

水溶液 A の当初の濃度はいくらか。

なお、沈殿物を取り除く際には、水分は取り除かれないものとする。【国家一般 2013】Q45_128

1 22.5% 2 27.5% 3 32.5% **4** 37.5% 5 42.5%

【解説】 濃度の問題では、塩の量 = 塩水 × 濃度の公式を使う。

水溶液 A について：100g の塩を除いて 1200g が 800g となったから、最初より食塩水は 400g 減り、塩は取り除いた 100g 減っている。これに B の 400g 加えると当初と同じになったから、B は A の減った分と同じ塩分濃度で、400g に 100g の食塩があり、25%濃度である。

B が 25% で 500g には、125g の塩があり、これに沈殿物、これは塩である、100g を加えるから、全体で塩は、225g となり、食塩水の量が、500g と 100g の和で 600g であるから、 $225 / 600 = 0.375$ となる。