【問１】　2 進法では 10101 と表す 10 進法の数を X とし，3 進法では 201 と表す 10 進法の数を Y とするとき，X+Y の値を 6 進法で表した数として正しいのはどれか。（東京都 2009）0_130 ‘

1　100　　2　101　　3　102　　4　103　　$\boxed{5}$　104

【ヒント】4 進数表現の 103 を 10 進数で表すと，$1\times4^2+0\times4^1+3\times4^0=16+3=19$

【解説】10 進数に変換。X＝21，Y＝19，X＋Y＝40　6 進数に変換　104

【問題２】ある商店には，1 個 120 円で一日に 780 個売れる商品がある。この商品の単価を上げて売上額を増やしたいが，1 円値上げをするごとに売上個数が 3 個減ってしまうことがわかっている。売上額の最大値はいくらか。(例 p.161)
ある。

1　85,500 円　　2　95,220 円　　3　98,780 円　　4　101,120 円　　$\boxed{5}$　108,300 円

【ヒント】売上高＝単価✕売上数

【解説】値上げ単価を X とすると，売上高＝単価✕売上数＝（120＋X）（780－3X）＝$-3X^2+420X+120\times780$　⇒　$-3(X-70)^2+108300$

【補足】単価 120 円で 780 個売れれば，120×780＝93,600（円）の売上となる。

1 個当たり 1 円値上げで 1 円利益が増えるが，売り上げが 3 個減るから，X 円値上げすれば，X 円利益が増え，3×X 個売上個数が減る。120＋X（円）の単価で，780－3X（個）の売上個数となり，売上額は，（120＋X）×（780－3X）となる。この売り上げが最大となる X を求める。この式を展開すると，$120\times780-120\times3X+780\times X-3X^2=-3X^2+420X+93{,}600$　①
⇒　$-3X^2+3\times140X+93{,}600$　⇒　$-3(X^2-140X+4900)+108{,}300$　括弧の中は $(X-70)^2$　で X が 70 の時，0 となり，売り上げが最大となる。

$\boxed{\text{【補足の補足】}}$①式は 2 次曲線で X^2 に負の記号がついているから，山形の図が書けます。そこで，最大となる X を求めるには，導関数を求めその値を「0」として計算します。
具体的には，$-3X^2$　では，まず指数を前にもってきます。$-3\times2X^2$　，次に，次数を 1 つ下げます。$-3X^2$ の次数は「２」なので，これを 1 つ下げて「１」にし，$-6X$ となります。
同様に，420X は 420 となり，$-6X+420=0$　⇒　X＝70　を得ます。これが微分です。

【問題３】　ある川の上流に面する A 市とその下流に面する B 市とをつなぐ定期船が運航している。船は流れのない水面では時速 20 キロメートルで進むが，川の流れは通常時速 4 キロメートルで，このとき，下りの便は両市間をちょうど 2 時間で走っている。ところが，台風の通り過ぎた翌日，川の流れがいつもより速くなっていたため，その日の下りは 1 時間 30 分で着いてしまった。この場合，B 市から A 市へ向かうとかかる時間はどれくらいいか。（法務教官 1999）78_216 ‘

1　2.4 時間　　2　3 時間　　3　4.5 時間　　$\boxed{4}$　6 時間　　5　8 時間

【解説】　速さ×時間＝距離 から，AB 間の距離を S とすると，
平常時の下りは（20＋4）×2＝S，　S＝48km 台風時は 1.5 時間だから川の流れを X とすると，（20＋X）×1.5＝48 ⇒ 1.5X＝18 X＝12 B から A へは，（20－12）×Y＝48 ∴Y＝6

【問題４】　車と電車が互いに反対方向に走っており，同時に鉄橋を渡り始めた。このとき，車は 24 秒で橋を渡りきり，電車は先頭の車両が橋を渡り始めてから最後の車両が橋を渡りきるまで 64 秒かかった。また，鉄橋の上で電車と車がすれ違うのに 9 秒かかった。車と電車の速さの比として正しいのはどれか。ただし，車の長さは考えなくてよい。（地上 2005）76_212

1　6：5　　2　5：4　　3　4：3　　4　3：2　　$\boxed{5}$　5：3

【解説】　車の速さ A，電車の速さ B，鉄橋の長さ N，電車の長さ D とする。
24A ＝N ①，　64B ＝N＋D ②，　9（A＋B）＝ D ③
②－①：②－①：64B －24A ＝D　これに③式を代入し，　64B －24A ＝9A ＋9B ⇒ 55B ＝ 33A　∴A：B＝5：3

【問題５】　午前 0 時と正午に短針と長針とが正確に重なり，かつ，針がなめらかに回転し，誤差なく動いている時計がある。この時計が 10 時ちょうどをさした後，最初に短針と長針とが重なるのは何分後か。（東京都 2006） 80_220　【ヒント】10 時は 12 時から 300 度の位置

1　$54\frac{2}{11}$分後　　2　$54\frac{3}{11}$分後　　3　$54\frac{4}{11}$分後　　4　$54\frac{5}{11}$分後　　$\boxed{5}$　$54\frac{6}{11}$分後

【解説】長針は毎分 6 度，短針は 0.5 度進む。10 時丁度の長針と短針の角度は 60 度である。10 時から X 分後の長針の 0 時から進んだ角度と，短針の 10 時の位置（0 時からは 300 度）から X 分後の位置が等しくなる X を求める。 6×X＝0.5×X＋300 ⇒ X＝300／5.5＝54（6/11）

【補足】3 時丁度であれば，6×X＝0.5×X＋90　⇒　X＝90／5.5＝180／11＝16（4/11）

【問題６】　A，B，C の 3 人が，X 町から Y 町へ同じ道を通って行くことになった。A が徒歩で 7 時 30 分に出発し，B が自転車で 7 時 50 分に出発した。その後，C がバイクで出発したところ，C は A，B を同時に追い越した。A の速さは時速 6 km，B の速さは時速 18 km，C の速さは時速 30 km であったとき，C が出発して追いつくまでの時間はどれか。ただし，3 人の進む速さは，それぞれ一定とする。（特別区 2015）70_198

1　4 分　　2　5 分　　$\boxed{3}$　6 分　　4　7 分　　5　8 分

【解説】速さ×時間＝距離
それぞれが出発して同時に並ぶまでの距離が一定であるから，速さと時間の比は逆比の関係にある。
6：18：30＝1：3：5逆比は1：1/3：1/5＝30：10：6これが時間の比である。
A と B の時間差が 20 分であるから，この比は時間の比と一致し，B と C の差は 4 であり，B の出発から 4 分後の 7 時 54 分に C が出発している。A の出発から 30 分後に追いついているから 8 時丁度となり，C の出発から 6 分後である。

【問題７】　次の図のように, 1～16 までのそれぞれ異なる整数をマス目に入れて，縦，横，対角線の数の和がいずれも等しくなるように配置したとき，A と B のマス目の数の差はどれか。（特別区 2015）93_260’

4			16
14		7	B
A		6	3
	8		

1　7　　2　9　　3　11　　$\boxed{4}$　13　　5　15

【ヒント】行や列の数の和はそれぞれ等しく 34

【解説】各列が等しいから，1 から 16 までの和を 4 等分したものが各列の合計である。

1 から 16 までの和は，16×17÷2＝136　これを 4 分すると，34 となる。

A の下を X，A の右を Y とすると，縦 4＋14＋A＋X＝34　①　横 A＋Y＋6＋3＝34　②　A 下の対角線は　X＋Y＋7＋16＝34　③　この 3 つの式から 3 つの未知数を求める。A＝15，X＝1，Y＝10　　同様に 14 の右をａ，３の下をｂとすると，横 14＋ａ＋7＋Ｂ＝34　④　縦 16＋Ｂ＋3＋ｂ＝34　⑤　3 下対角線 4＋ａ＋6＋b＝34　⑥。　④＋⑤に⑥を代入し，B＝2，ａ＝11，ｂ＝13　∴差は 13

【問題８】　池のまわりのジョギングコースを A，B は同じ速さで逆方向に走っていて，C は A と同じ方向に歩いている。A は C を 12 分ごとに追い越し，B は C と 8 分ごとにすれ違うとき，A がこの池を 1 周するのにかかる時間はいくらか。（市役所 2010）83_228

１：9 分 12 秒　　$\boxed{2}$：9 分 36 秒　　３：9 分 54 秒　　４：10 分 24 秒　　５：10 分 48 秒

【解説】【ヒント：追越しは速さの差，すれ違いは速さの和】

池の周りの長さをＳ，それぞれの速さをａ，ｂ，ｃとすると，

（ａ－ｃ）12＝Ｓ　①,

（ｂ＋ｃ）8＝Ｓ　②

Ｓ÷ａ＝Ｘ　③

ＡＢは同じ速さだから，ａ＝ｂ　ｂを消去し，Ｘを求めるとＸ＝9.6　⇒　9 分 36 秒

【問題９】　静水での速度が同じ２隻の船があり，川の上流にある A 町と下流にある B 町の間を往復している。船は一定の速度で運航するが，川が上流から下流に向けて一定の速度で流れているため，B 町から A 町へ行くのに要する時間は，A 町から B 町へ行くのに要する時間の 1.5 倍になる。

いま，2 隻の船が，それぞれ A 町，B 町を同時に出発し，B 町から 12km の地点ですれ違った。2 隻の船はそれぞれ A 町，B 町で同じ時間だけ停船してから，また出発した町に向けて復路運航を始めた。そして，A 町を折り返した船は 1 時間，B 町を折り返した船は 2 時間 15 分，それぞれ復路運航した後に，再び 2 隻はすれ違った。このとき，川の流れの速さはいくらであったか。(国税 2011)88_244

$\boxed{1}$　:　2km／h　　2　:　3km／h　　3　:　4km／h　　4　:　5km／h　　5　:　6km／h

【ヒント】船の速さは，川と船の速さの和が下りで，差が上り。速さ×時間＝距離

【解説】上りの時間が下りの 1.5 倍だから，速さは 1.5 分の 1 である。同じ時間に進む距離は，下りが上りの距離の 1.5 倍であるから，上りが 12ｋｍ進んだ間に，下りは 1.5 倍の 18ｋｍ進んだことになる。ＡＢ間の距離は 30ｋｍである。上りの速さ×時間と下りの速さ×時間の合計が 30ｋｍだから，上りの速さを 2ｖとすると，下りの速さは 1.5 倍だから 3ｖとなる。

下りが 1 時間，上りが 2.25 時間ですれ違っているから，3ｖ×1＋2ｖ×2.25＝30　⇒　ｖ＝4

船の速さをｘ，川の速さをｙとおくと，上りの船の速さはｘ－ｙ＝2ｖ＝8，下りはｘ＋ｙ＝12　よってｙ＝2 を得る。

【問題１０】X 区役所と Y 区役所を結ぶ道路がある。この道路を，A は徒歩で X 区役所から Y 区役所へ向かい，B は A の出発の 10 分後に自転車で Y 区役所を出発して X 区役所へと向かった。2 人が出会った時点から，A は 25 分後に Y 区役所に到着し，B は 8 分後に X 区役所へ到着した。2 人が出会ったのは，A が X 区役所を出発した時点から何分後か。ただし，2 人の速度は常に一定とする。(特別区 2011) 71_200

1 :15 分後　　$\boxed{2}$:20 分後　　3 :25 分後　　4 :30 分後　　5 :35 分後

【ヒント】図を用いてであった地点を基準に等しい部分の等式を作る。

【解説】出会うまでの時間ｘと出会った以降の時間を A, B それぞれで式を立てる。Ａの速さをａ，Ｂの速さをｂとすると，速さ×時間＝距離から，出会うまでの距離が等しいからａｘ＝8ｂ　①

出会った後の距離が等しいから，25ａ＝（ｘ－10）ｂ　②

この二つの式を解く。

①からｂ＝（ａ／8）ｘを②に代入。$x^2-10x-200=0$

⇒　（ｘ＋10）（ｘ－20）＝0　⇒　ｘ＝20