

【問1】80の約数から2つの異なる自然数を取り出し、その逆数の和が0.2以上0.5以下となる組合せは何通りあるか。(特別区2013) 3

1 13通り 2 14通り 3 15通り 4 16通り 5 17通り

【解説】80を素因数分解すると約数は、 $2^4 \times 5$ から

1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80

逆数は、1, 0.5, 0.25, 0.2, 0.125, 0.1, 0.0625, 0.05, 0.025, 0.0125

1と2は単独で0.5以上、残りの最大逆数値4と5は0.45で0.5以下の条件を満たす。

10以上同士のみ組合せでは、0.2以上の条件を満たさない。

後は数え上げる。

一方が4では、5, 8, 10, 16, 20, 40, 80の7個で満たし、

5では、8, 10, 16, 20, 40, 80の6個で満たし、8では10のみで、16では0.2に達せず条件を満たさない。

【問2】2つの2ケタの正の整数について次のことがわかっているとき、このような2つの正の整数の和はいくらか。【地上5年度】15_5

- ・2つの正の整数の差は4である。
- ・2つの正の整数の積の一の位の数字は7である。
- ・2つの正の整数の和は3で割り切れる2ケタの数である。

1 42又は54 2 42又は78 3 48又は72 4 48又は78 5 54又は72

【解説】テキストのとおり 18p

【問3】150台の自動車が駐車できる駐車場がある。この駐車場では、1台目の駐車スペースを1番、2台目の駐車スペースを2番としているが、「3」、「4」、「9」の数字は使わないことになっており、したがって、3台目の駐車スペースは5番である。この駐車場の150台目の駐車スペースの番号として正しいものはどれか。【地上14年度】63_9

1 215番 2 256番 3 505番 4 576番 5 628番

【解説】テキストのとおり 65p

【問4】4ケタの正の整数 $A = 1000a + 100b + 10c + d$ は、

$A = 9(111a + 11b + c) + (a + b + c + d)$

と書ける。これを利用し、4ケタの数6□7□が9で割り切れるときに、2つの□に入る数字の和を求めよ。【地上10年度】58_1

1 4のみ 2 5のみ 3 8のみ 4 4又は12 5 5又は14

【解説】テキストのとおり 60p

【問5】ある橋を、全長110mの普通列車が渡りきるのに43秒かかった。また、全長150mの急行列車が普通列車の1.5倍の速度でこの橋を渡りきるのに30秒かかった。この橋の長さはいくらか。ただし、それぞれの列車の速度は一定とする。【市役所20年度】208_0

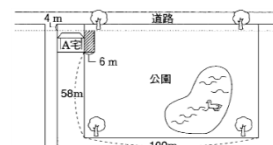
1 550m 2 600m 3 650m 4 700m 5 750m

【解説】テキストのとおり 209p

【問6】図のようにAの住んでいる土地は、正方形をしており、道路に面し、長方形の公園に接している。

今、点線のように道路の幅が4m拡張されることとなったため、Aは、土地の面積は変わらないものの、道路側を削られ、その代わりに公園の斜線部分の長方形の土地を与えられることになった。このとき、道路の拡張により減少する公園の面積は道路が拡張される前の公園の面積の何%か。【国Ⅱ種10年度】249_4

- 1 5.8%
2 6.4%
 3 6.8%
 4 7.2%
 5 7.6%



【解説】テキストのとおり 250p

【問7】オンドリが1羽300円、メンドリが1羽500円、ヒヨコが3羽100円で売られている。今、これらを組み合わせて全部で100羽、合計金額がちょうど10,000円となるように買いたい。メンドリをできるだけ多く買うことにすると、オンドリは何羽買うことになるか。

【地上15年度】139_8

1 4羽 2 5羽 3 6羽 4 7羽 5 8羽

【解説】テキストのとおり 141p

【問8】静水での速度が同じ2隻の船があり、川の上流にあるA町と下流にあるB町の間を往復している。船は一定の速度で運航するが、川が上流から下流に向けて一定の速度で流れているため、B町からA町へ行くのに要する時間は、A町からB町へ行くのに要する時間の1.5倍になる。

いま、2隻の船が、それぞれA町、B町を同時に出発し、B町から12Kmの地点ですれ違った。2隻の船はそれぞれA町、B町で同じ時間だけ停船してから、また出発した町に向けて復路運航を始めた。そして、A町を折り返した船は1時間、B町を折り返した船は2時間15分、それぞれ復路運航した後に、再び2隻はすれ違った。このとき、川の流れの速さはいくらであったか。

【国税2011】新_204

1 2 km/h 2 3 km/h 3 4 km/h 4 5 km/h 5 6 km/h

【解説】時速で考える。川の流れの早さを x km とし、船の速さを v km とする。

下りの速さは $v+x$ 、上りは $v-x$ (船は川の流れより速いから)

上りが下りより1.5倍の時間がかかることから、

$$(v+x) = 1.5(v-x) \Rightarrow v = 5x$$

よって、下りは $6x$ で上りは $4x$ の速さとなる。上りの

12km 地点ですれ違ったから、その時間は、 $12/4x = 3/x$ 時

間で、下りのこの間の距離は $6x \times 3/x = 18$ km となり、

川の全長は30km である。

出会うまでの下りの距離 $6x \times 1$ 、上りの距離 $4x \times 9/4$

を足すと30km であるから、

$$6x + 4x \times 9/4 = 30 \Rightarrow x = 2$$

【問9】ある作業をA、B、Cの3名で行う。1日に行う仕事量の割合が $A:B:C=3:2:1$ であり、3名が休まず仕事をすると30日で終了することが分かっている。今、作業の終了までにAが5日、Bが10日休み、Cが5日仕事をして、その後、仕事をしなかったとき、この作業に要する日数はどれか。【特別区23年度】新_232

1 34日 2 36日 3 38日 4 40日 5 42日

【解説】全体仕事量のパワー180

Aの予定パワー $25 \times 3 = 75$

Bの予定パワー $20 \times 2 = 40$

Cの予定パワー $1 \times 5 = 5$

全体は $75 + 40 + 5 = 120$ で不足は60である。

この60をCが辞めているからABの二人ですることとなる。

二人のパワーは、5であるから、 $60 \div 5 = 12$

すなわち、12日余計にかかるから、 $30 + 12 = 42$ (日)

【問10】Aは自宅が古くなったので、B及びCの2人を雇ってリフォームを行った。B及びCに支払う1日当たりの賃金はそれぞれ3万円と2万円で、2人に支払った賃金の合計は160万円になった。また、この仕事をBが1人ですべて行くと50日かかり、Cが1人ですべて行くと100日かかるという。この場合、Bの作業日数はCのその何倍であったか。【国II 16年度】255_1

1 $3/4$ 倍 2 1倍 3 $4/3$ 倍 4 $3/2$ 倍 5 2倍

【解説】テキストのとおり 257p

【問 11】耕作放棄地の有効利用のため、家畜の放牧をすることとした。いま、面積 30 アールの耕作放棄地に 2 頭の牛を放牧すると、30 日で生えている草がすべてなくなった。また、面積 60 アールの耕作放棄地に 2 頭の牛を放牧すると、180 日で草がすべてなくなった。

この場合、4 頭の牛を面積 100 アールの耕作放棄地に放牧した場合、何日で草はなくなるか。

ただし、1 頭の牛が 1 日に食べる草の量や 1 日に伸びる草の量は、それぞれ常に一定量であるとし、放牧する前の耕作放棄地には十分に草が生えており、その単位面積当たりの草の量は、広さに関係なく同じであるものとする。【国総 24 年度】6_

1 90 日 2 120 日 3 150 日 4 160 日 5 180 日

【解説】広さが影響するのは最初の草の量と、1 日に伸びる量が関係することを念頭に式を立てる。

- ・ 1 頭の牛が日に食べる量を a とおく。
- ・ 1 日に伸びる草の量を 1 アール当たり b とおく。
- ・ 最初の草の量を 1 アール当たり c とおく。

求める日数を x と置くと、次の式が立てられる。

牛の数 \times 牛 1 頭が 1 日に食べる量 \times 食べつくす 日数

= 広さ \times 最初の草の量 + 広さ \times 伸びる草の量 \times 草がなくまでの日数

30 日の場合： $2a \times 30 = 30c + 30b \times 30$ 両辺を 30 で割ると $\Rightarrow 2a = c + 30b$ ①

180 日の場合： $2a \times 180 = 60c + 60b \times 180$ 両辺を 60 で割ると $\Rightarrow 6a = c + 180b$ ②

x 日の場合： $4a \times x = 100c + 100b \times x$ ③

この式①乃至③から、 a と c を消去する方針でいく。

②-① $4a = 150b$

① $\times 3$ -② $0 = 2c - 90b \Rightarrow c = 45b$

これらを③に代入

$150b \times x = 100 \times 45b + 100b \times x$

b は全項にある から消去される。

$50x = 100 \times 45 \Rightarrow x = 90$ 【答】 90 日

【問 12】ある会場に椅子が並べられており、そのうちの 1 割に人が座っている。今、1 分あたり 5 脚の椅子を並べ、1 分あたり 7 人が椅子に座るとき、10 分経過後、会場内の椅子の 6 割に人が座っていた。ここから、会場内のすべての椅子に人が座るまでの時間として、妥当なのはどれか。【地上 23 年度】新_272

1 14 分 2 18 分 3 22 分 4 26 分 5 30 分

【解説】最初の椅子を N とする。0.1 N に座っている。

10 分経過後の椅子の数は： $N + 5 \times 10$

座っている人の椅子は、 $0.1N + 7 \times 10$

そして、座っている椅子の割合が 6 割であるから、 $0.1N + 7 \times 10 = 0.6(N + 5 \times 10)$

この式を解く。 $0.5N = 40 \therefore N = 80$

これが最初の椅子で、1 割の 8 脚に座っているから残りの 72 脚が最初空きであった。

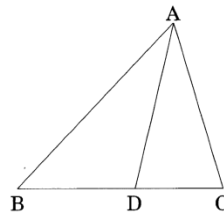
この椅子に毎分 5 脚並べ 7 脚に座るから毎分 2 脚減る。

$72 \div 2 = 36 \therefore 36$ 分ですべての椅子に人が座る。

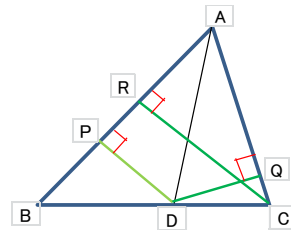
問題は、10 分経過後からの時間であるから 26 分となる。

【問 13】図の AD の長さを求めよ。ただし、 $AB = 4$ 、 $AC = 3$ 、 $\angle BAC = 60^\circ$ 、AD は $\angle BAC$ の 2 等分線とする。【地上 8 年度】新 291 5

- 1 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- 2 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- 3 $\frac{8\sqrt{3}}{5}$
- 4 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
- 5 $\frac{12\sqrt{3}}{7}$

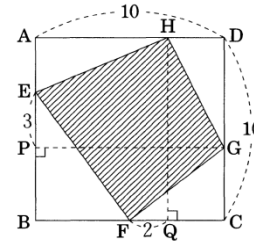


【解説】△ABDの点Dから対辺ABに垂線DPを引く。
 △ADPは∠DAPを30度とする直角三角形だから、
 ADの長さをXとすると、PDは0.5Xである。
 △ABDの面積は、 $AB \times PD \times 1/2$ だから $4 \times 0.5X \times 1/2 = X$
 同様に△ADCの面積と△ABCの面積も求める。
 △ABC=△ABD+△ADCであるから、
 $4 \times 3/2 \sqrt{3} \times 1/2 = X + 3 \times X/2 \times 1/2$ 【答】 $12\sqrt{3}/7$



【問14】下図の四角形ABCDは1辺の長さが10の正方形である。EP=3, FQ=2のとき、斜線部分の四角形EFGHの面積として、正しいものは次のうち

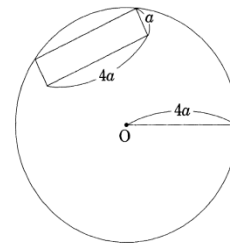
- 1 47
- 2 49
- 3 51
- 4 53**
- 5 55



【解説】テキストのとおり 299p

【問15】図のように、半径4aの円Oがあり、長辺の長さ4a、短辺の長さaの長方形が、一方の長辺の両端で円Oに内接しながら円Oの内側を1周するとき、長方形が通過する部分の面積として、正しいのはどれか。ただし、円周率はπとする。 【地上19年度】 326_6 3

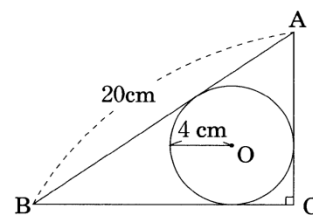
- 1 $8\pi a^2$
- 2 $(4+3\sqrt{3})\pi a^2$
- 3 $(3+4\sqrt{3})\pi a^2$
- 4 $10\pi a^2$
- 5 $12\pi a^2$



【解説】テキストのとおり 329p

【問16】次の図のように、辺ABが20cmの直角三角形ABCに半径4cmの円Oが内接しているとき、直角三角形ABCの面積はどれか。 【地上15年度】 314_8

- 1 95 cm²
- 2 96 cm²**
- 3 97 cm²
- 4 98 cm²
- 5 99 cm²



【解説】テキストのとおり 316p

各辺の長さの割合が3, 4, 5であれば直角三角形であるから、斜辺が20ということは、他の辺は12と16であることが分かり、これは、ACとBCが12と16であるから、面積は96である。

【問17】A~Jの10人が飛行機に乗り、次のような3人掛け・4人掛け・3人掛けの横一列の席に座ることになった。

窓□□□ 通路 □□□□ 通路 □□□窓

この10人の座り方について、次のようにするとき、座り方の組合せはいくつあるか。

- ① A, B, Cの3人は、まとまった席にする。
- ② DとEは席を隣どうしにしない。
- ③ AとFは窓際の席にする。

なお、通路を挟んだ席は隣どうしの席ではないものとする。【国税23】_280

- 1 1122通り
- 2 1212通り
- 3 1221通り
- 4 2112通り**
- 5 2211通り

【解説】数え上げることから正解を得る。座席に左から1, 2, 3・・・と番号を付ける。

③よりAは1又は10であり、かつ①からABCがまとまりであるから、123の席で1にAが座り、隣にBC又はCBと座り、他方の10番席はFと決まる。Aは10番席でもよいからこれで4通りである。

残りの6席にDEが座る場所は、隣通しの条件を無視すると、 $6 \times 5 = 30$ で、30通りある。これから隣席の場合を除く。隣席は(4, 5) (5, 6) (6, 7) (8, 9) 逆もあるから倍の8とおりを30とおりから引き22通り

GHIJの席は、残りを順番に埋めると、 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 24通り

これから、 $4 \times 22 \times 24 = 2112$ 通りとなる。

【問18】6段の階段を昇る方法は全部で何通りあるか。ただし、1度に4段まで昇れるものとする。 【市役所元年度】377_6改

1 25通り 2 26通り 3 27通り 4 28通り 5 29通り

【解説】実際に数えてみる。

(1)2歩で上るとき：24, 33, 42の3通り

(2)3歩で上るとき：114, 123, 132, 141, 213, 222, 231, 312, 321, 411の10通り

(3)4歩で上るとき：1113, 1122, 1131, 1212, 1221, 1311, 2112, 2121, 2211, 3111の10通り

(4)5歩で上るとき：11112, 11121, 11211, 12111, 21111の5通り

(5)6歩で上るとき：111111の1通り

以上を合計すると、29通り

【問19】100から999までの3桁の整数の中から、1つの整数を無作為に選んだとき、選んだ整数の各位の数字の中に同じ数字が2つ以上含まれる確率として、正しいのはどれか。 【東京都23年度】新_343

1 $5/25$ 2 $7/25$ 3 $9/25$ 4 $11/25$ 5 $13/25$

【解説】全部の場合は、 $999 - 99 = 900$

余事象で考える。各位の数字が異なる場合は、百の位は1から9までの9個あり、十の位は1から9の内百の位で使った数字を除き、0を加えると9個である。一の位は百と十の位で使った1と0を除き8個となる。

これらの組合せである $9 \times 9 \times 8 = 648$ が同じ数字が2つ以上含まれない場合である。 $648 / 900 = 18 / 25$ これは余事象であるから $7 / 25$ となる。

【問20】30本のくじの中に、1等の当たりくじが1本、2等の当たりくじが2本、3等の当たりくじが7本入っている。ここから同時に4本を引いたとき、1等、2等及び3等の当たりくじがそれぞれ1本のみ含まれている確率として、正しいのはどれか。 【東京都26年度】

1 $2/3915$ 2 $4/3915$ 3 $8/3915$ 4 $2/783$ 5 $8/783$

【解説】30本から4本引く組合せは、 ${}_{30}C_4 = 35 \times 29 \times 27$

当たりの場合を数えるが、各あたりに番号を付け、外れは1~20の番号を付ける。

1等が1本、2等が1本目の場合、3等が1から7で、外れが1から20であるから、 $1 \times 1 \times 7 \times 20 = 140$ 同様に2等が2本目の場合も、140の場合がある。

よって、 $280 / (35 \times 29 \times 27) = 8 / 783$

答 22355 21155 14543 24525