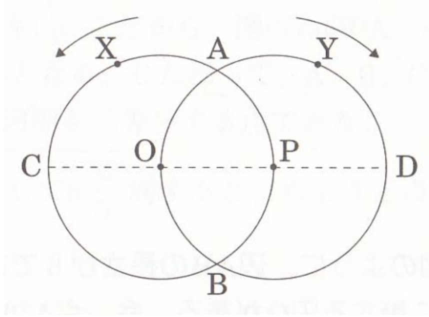
SS27_11 p.306～360（円，円と面積，立体図形）

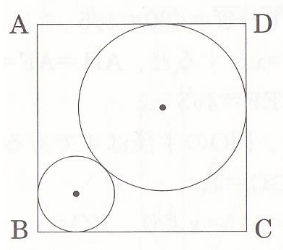
【問１】　次の図のように半径の等しい２つの円 O，P があり，一方の円の中心は互いに他方の円の円周上にある。2 点 X, Y は図のように２円の円周の一方の交点 A を同時に出発し，X は円 O の円周上を左回りに，Y は円 P の円周上を右回りにそれぞれ周回する。点 X が円 O を３周する間に点 Y は円 P を２周したとすると，点 X がちょうど 20 周したときの点 Y の位置として，妥当なものは次のうちどれか。【市役所 15 年度】311_1*'



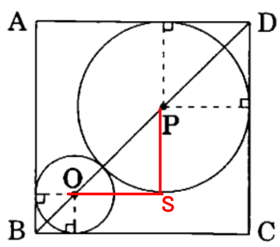
1　点 B 上　　$\boxed{2}$　点 D 上　　3　点 O 上　　4　点 B と点 O の間　　5　点 O と点 A の間

【解説】　X が３周する間に Y は２周だから，X÷Y＝3÷2，X が 20 周する間の Y を x 周とすると，20÷x＝3÷2　⇒　3x＝40　x＝13（1/3）　13 周と 1/3 だから，ちょうど D の位置にある。
【補足】Y は X の 2/3 周だから，20 周では，20×2/3＝40/3＝13 1/3

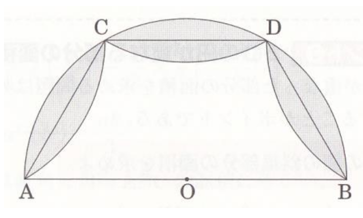
【問２】　次の図のように，正方形 ABCD の内部に正方形の異なる２辺と接する２つの円があり，またこの２円は互いに外接している。２つの円の中心間の距離が 5cm のとき，この正方形 ABCD の１辺の長さとして正しいものはどれか。【市役所 18 年度】316_5**



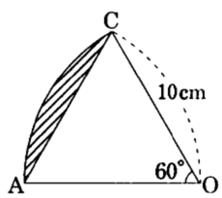
$\boxed{1}$　$\dfrac{5(2+\sqrt{2})}{2}$ cm　　2　$3(2+\sqrt{2})$ cm　　3　$\dfrac{5(3+\sqrt{2})}{2}$ cm　　4　$4(2+\sqrt{2})$ cm　　5　$\dfrac{5(2+3\sqrt{2})}{2}$ cm



【解説】ABCD の１辺の長さは，二つの円の半径の和と，OP を長辺とする直角２等辺三角形の短辺の和である。すなわち，
１辺の長さ＝（大きい円の半径＋小さい円の半径）＋PS＝$5+5/\sqrt{2}$
＝5（$1+1/\sqrt{2}$）＝5（$\sqrt{2}+1$）/$\sqrt{2}$＝5/2（$2+\sqrt{2}$）



【問３】　次の図のように，半径 10cm の半円 O の円弧を三等分する点を C，D とし，AC 間，CD 間，DB 間に直線を引き，この線分で分割された円弧を内側に折り返した。このときできた円弧と，元の円弧に囲まれた面積の合計はどれか。【地上 16 年度】326_2*



$\boxed{1}$　$100\pi-150\sqrt{3}$ ㎠　　2　$150\pi-200\sqrt{3}$ ㎠　　3　$200\pi-250\sqrt{3}$ ㎠　　4　$250\pi-300\sqrt{3}$ ㎠　　5　$300\pi-350\sqrt{3}$ ㎠

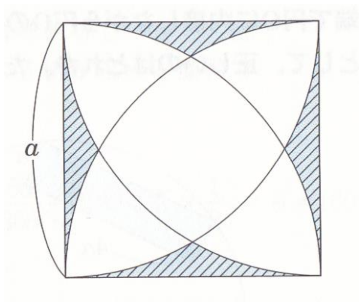
【解説】半円を 3 等分すると 60 度の正三角形と円弧ができる。半径 10cm の円の面積を 6 等分し，その面積から正三角形の面積を除くと，正三角形に隣接する円弧の面積が求められる。これを 6 倍すれば，課題の面積となる。

円の 1/6 の面積＝$10\times10\times\pi\times1/6$　①　　正三角形の面積＝$10\times5\sqrt{3}\div2$　②

①－②が一つの円弧面積だからこれを 6 倍すれば答えが得られる。

$6\times(100\pi/6-25\sqrt{3})=100\pi-150\sqrt{3}$

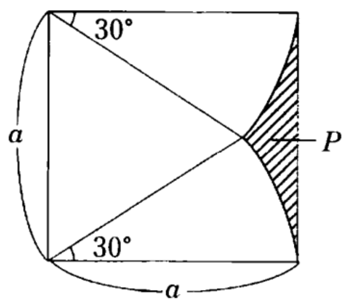
【問４】　図のような，一辺の長さが a の正方形と，正方形の各辺を半径とする円弧からなる図形の斜線部分の面積として，正しいのはどれか。ただし，円周率は π とする。【地上 22 年度】327_4*



1　$\left(1-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{6}\right)a^2$　　2　$\left(1-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{12}\right)a^2$

3　$\left(4-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{2\pi}{3}\right)a^2$　　$\boxed{4}$　$\left(4-\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}\right)a^2$

5　$\left(4-\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}\right)a^2$



【解説】半径 a の正方形から 1 辺を a とする正三角形の面積と，1 辺 a の円の 12 分の 1 の面積を 2 つ除いた面積が図の斜線部であり，これを 4 倍すれば答えが得られる。

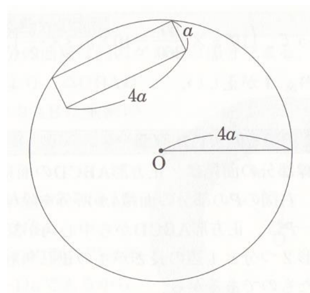
正三角形の面積＝ $a\times1/2\,a\sqrt{3}\times1/2$＝

30 度の面積 2 つ分　＝ $a\times a\,\pi\div12\times2=\pi a^2/6$

P の面積＝ $a^2-a^2\sqrt{3}/4-\pi a^2/6=a^2(1-\sqrt{3}/4-\pi/6)$

求める面積は，$P\times4=(4-\sqrt{3}-2\pi/3)\,a^2$

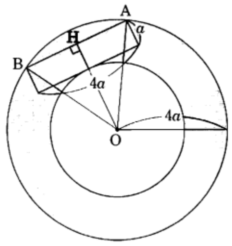
【問５】　図のように，半径 4a の円 O があり，長辺の長さ 4a，短辺の長さ a の長方形が，一方の長辺の両端で円 O に内接しながら円 O の内側を 1 周するとき，長方形が通過する部分の面積として，正しいのはどれか。ただし，円周率は π とする。【地上 19 年度】328_6*



1　$8\pi a^2$　　2　$(4+3\sqrt{3})\pi a^2$　　$\boxed{3}$　$(3+4\sqrt{3})\pi a^2$　　4　$10\pi a^2$　　5　$12\pi a^2$

【解説】正三角形の面積は 1 辺を a とすると，底辺×高さ×1/2 か

ら a ×(1/2) $\sqrt{3}$ a ×(1/2)＝（$\sqrt{3}$/4） a^2　①

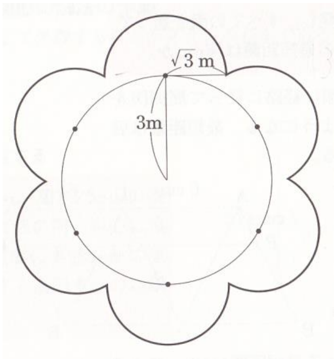


図から１辺４ a の正三角形を見出すと，中心ＯからのＢに至る長さから a を引けば小さい円の半径が分かり，半径 4 a の面積から小さい円の面積を引けば答が得られる。

ＯＨの長さは，2$\sqrt{3}$ a，　小さい円の半径は，2$\sqrt{3}$ a － a

よって求める面積は，（4 a）$^2\pi$ － a^2（2$\sqrt{3}$ －1）$^2\pi$ ＝ π a^2（16－（12＋1－4$\sqrt{3}$））

【問６】　図のような子供用のプールがある。このプールは，半径３ｍの円の円周を６等分した円周上の各点を中心に，半径$\sqrt{3}$ m の円を描いてできた形を外枠としたものである。このプールの深さを <u>60cm</u> とするとき，このプールの容積は次のどれに最も近いか。ただし，円周率を 3.14 とする。　　【国税専門 18 年度】342_2*'



1　28 m^3　　2　30 m^3　　3　33 m^3　　$\boxed{4}$　35 m^3　　5　37 m^3

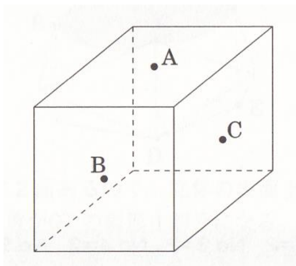
【解説】１つの角度が 30 度の直角三角形を見出し，その直角三角形を 12 個分と半径$\sqrt{3}$ の半円６個分で面積がでるから，これに深さを掛けると容積が求まる。

直角三角形の面積は，3$\sqrt{3}$ ×6　①　半円の面積は，3× π ×3　②

容積の計算は，（18$\sqrt{3}$ ＋9×3.14）×0.6 ＝（18×1.73＋9×3.14）×0.6＝（31.14＋28.26）×0.6

＝59.4×0.6＝35.64

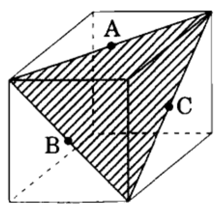
【問７】　容積 24m^3 の立方体の容器がある。この容器一杯に水を入れて蓋をした後，図のように面の中央（面の対角線の交点部分）に小さな穴を開ける。容器内に残る水の最大量は， A，B，C３か所に穴を開けた場合何m^3 か。
ただし，容器は傾けてもよい。【市役所 19 年度】352_11*'



1　16　　2　17　　3　18　　4　19　　$\boxed{5}$　20

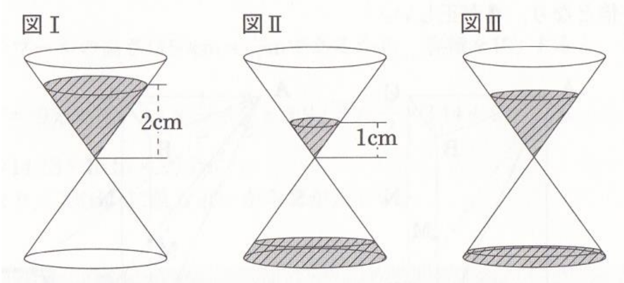
【解説】最大となるのはＡＢＣが水平のときである。ＡＢＣと頂点のなす体積を求め，全体から引けば残りの水量が分かる。

角錐の体積は底面×高さの 1/3 であり底面積が半分であるから体積は全体の 1/6 になる。残りは 5/6 で，24×5÷6＝20



【問８】 図Ｉのように，上下とも円錐形をした砂時計があり，上部のみに砂があるとき，その高さは 2cm で，この砂が全て下部に落ちるまでには 16 分かかる。この砂時計を，図Ⅱのように，上部にある砂の高さが 1cm となったときにひっくり返して，図Ⅲのようにした。この図Ⅲの状態から，再び上部にある砂の高さが 1cm となるまでにかかる時間として正しいものは，次のうちどれか。ただし，砂の落ちる速度は常に一定であるとする。 【地上 21 年度】345_8*

1　2 分後
2　6 分後
3　8 分後
4　10 分後
5　12 分後



【解説】砂の体積から時間が計算できる。
図Ｉ とⅡの砂の形状は相似の円錐形。高さの比が 2：1 だから体積は 3 乗だから 8：1
2cm のとき 16 分だから 1cm 残すまでは 14 分かかり，ここで反転すると上には 14 分の砂があるが，1cm に相当する 2 分の分を残すまでの時間だから，14－2＝12（分）