

【問1】 次の図のような、辺 $AB=13\text{cm}$ 、辺 $BC=16\text{cm}$ とする長方形 $ABCD$ と、辺 AB 、辺 BC 、辺 CD 、辺 AD 上の点 E 、点 F 、点 G 、点 H で囲まれた四角形 $EFGH$ がある。今、点 E 、点 F 、点 G 、点 H から辺 CD 、辺 AD 、辺 AB 、辺 BC に垂線を引き、それぞれの交点を Q 、 R 、 O 、 P とすると、 $EO=5\text{cm}$ 、 $FP=8\text{cm}$ となった。このとき、四角形 $EFGH$ の面積はどれか。【特別区 26 年】 297_8**

- 1 104cm^2 2 119cm^2 3 124cm^2 4 134cm^2
5 144cm^2

【解説】 図の S の部分を除くと四角形 $EFGH$ の面積は全体の面積の半分である。

S は、 $S=5 \times 8=40$ だから、

$(13 \times 16 - 40) \div 2 = 84$ 。これに S を加えるとよいから、 $84 + 40 = 124$ が得られる。

【問2】 次の図のように、面積 63cm^2 の直角三角形 ABC に半径 3cm の円 O が内接している。このとき、辺 BC の長さはいくらか。【地上 12 年度】 298_10**

- 1 14cm 2 15cm 3 16cm 4 17cm 5 18cm

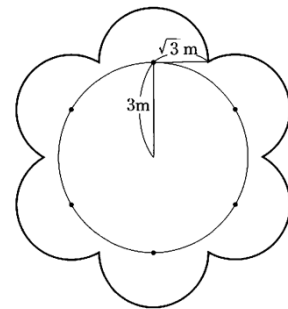
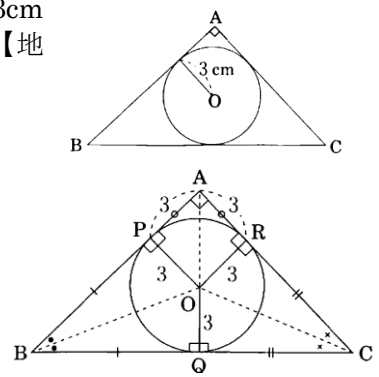
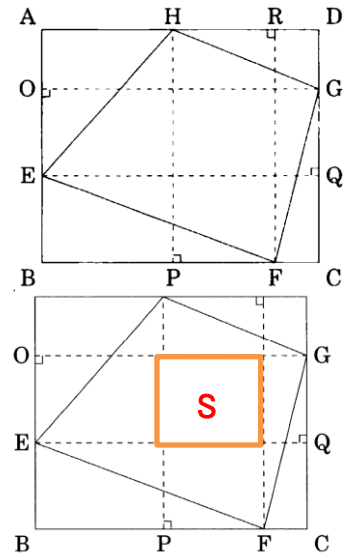
【解説】 $\square APOR$ は 3×3 の正方形、全体が 63 からこの部分を除くと、 54 残りの部分を 2 分すれば $\triangle BCO$ の面積である。

$BC \times 3 \div 2 = 54 \div 2 \Rightarrow BC = 18$

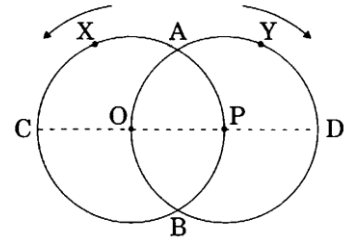
【問3】 図のような子供用のプールがある。このプールは、半径 3m の円の円周を 6 等分した円周上の各点を中心に、半径 $\sqrt{3}\text{m}$ の円を描いてできた形を外枠としたものである。このプールの深さを 60cm とするとき、このプールの容積は次のどれに最も近い。ただし、円周率を 3.14 とする。【国税専門 18 年度】 342_2**

- 1 28m^3 2 30m^3 3 33m^3 4 35m^3 5 37m^3

【解説】 1 つの角度が 30 度の直角三角形を見出し、その直角三角形を 12 個分と半径 $\sqrt{3}$ の半円 6 個分で面積がでるから、これに深さを掛けると容積が求まる。
直角三角形の面積は、 $3\sqrt{3} \times 6$ ① 半円の面積は、 $3 \times \pi \times 3$ ②
容積の計算は、 $(18\sqrt{3} + 9 \times 3.14) \times 0.6 = (18 \times 1.73 + 9 \times 3.14) \times 0.6 = (31.14 + 28.26) \times 0.6 = 59.4 \times 0.6 = 35.64$



【問4】 次の図のように半径の等しい2つの円O, Pがあり、一方の円の中心は互いに他方の円の円周上にある。2点X, Yは図のように2円の円周の一方の交点Aを同時に出発し、Xは円Oの円周上を左回りに、Yは円Pの円周上を右回りにそれぞれ周回する。点Xが円Oを3周する間に点Yは円Pを2周したとすると、点Xがちょうど10周したときの点Yの位置として、妥当なものは次のうちどれか。【市役所 15年度】311_1*

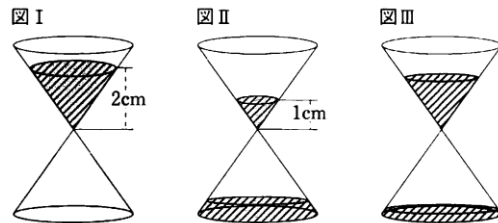


- 1 点B上 2 点D上 3 点O上 4 点Bと点Oの間
5 点Oと点Aの間

【解説】 Xが3周する間にYは2周だから、 $X \div Y = 3 \div 2$ 、Xが10周する間のYをx周とすると、 $10 \div x = 3 \div 2 \Rightarrow 3x = 20 \quad x = 6 \frac{2}{3}$ 6周と $\frac{2}{3}$ だから、ちょうどBの位置にある。

【補足】 YはXの $\frac{2}{3}$ 周だから、10周では、 $10 \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$

【問5】 図Iのように、上下とも円錐形をした砂時計があり、上部のみに砂があるとき、その高さは2cmで、この砂が全て下部に落ちるまでには16分かかる。この砂時計を、図IIのように、上部にある砂の高さが1cmとなったときにひっくり返して、図IIIのようにした。この図IIIの状態から、再び上部にある砂の高さが1cmとなるまでにかかる時間として正しいものは、次のうちどれか。ただし、砂の落ちる速度は常に一定であるとする。



【地上 21年度】345_8*

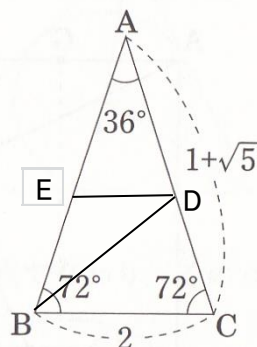
- 1 2分後 2 6分後 3 8分後 4 10分後
5 12分後

【解説】 砂の体積から時間が計算できる。図IとIIの砂の形状は相似の円錐形。高さの比が2:1だから体積は3乗だから8:1

2cmのとき16分だから1cm残すまでは14分かかり、ここで反転すると上には14分の砂があるが、1cmに相当する2分の分を残すまでの時間だから、 $14 - 2 = 12$ (分)

【問6】 下の図のような二等辺三角形ABCがある。頂点Bから $\angle ABC$ の二等分線を引き、辺ACとの交点をDとする。点Dから辺BCと平行な直線を引き辺ABとの交点をEとすると、線分DEの長さとして正しいものは、次のうちどれか。 【市役所 20年度】282_5*

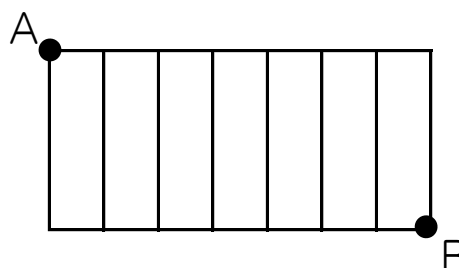
- 1 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
2 1
3 $\frac{\sqrt{5}}{2}$
4 $\sqrt{5}-1$
5 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$



【解説】 $BD = AD \quad \triangle ABC \sim \triangle ADE$

$$\begin{aligned} 2 : X &= (1 + \sqrt{5}) : 2 \\ \Rightarrow (\sqrt{5} + 1) X &= 4 \\ \Rightarrow (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) X &= 4(\sqrt{5} - 1) \\ \Rightarrow X &= (\sqrt{5} - 1) \end{aligned}$$

- 【問7】 図のような縦に8本、横に2本の道がある。
A地点からB地点まで、同じ道を2回通ることなく行く方法は何通りか。ただし、必ずしも最短経路を通らなくてもよいものとする。 【国Ⅱ8年度】378_4'
- 1 32通り 2 48通り 3 64通り 4
96通り **5** 128通り



【解説】一つずつ経路を検討する。Aから1つの四角の右下には2通り、右上も2通りである。次の四角では、右下には4通り、右上も4通り、以下、8、16、32、64、128となり、Bに至る。

- 【問8】 6段の階段を昇る方法は全部で何通りあるか。ただし、1度に3段までしか昇れないものとする。 【市役所元年度】3新377

1 20通り 2 21通り 3 22通り 4 23通り **5** 24通り

【解説】数え上げる。まずは可能性のある場合分けをする。1段のみ、2段のみ、3段のみ、1段と2段、1段と3段、1段と2段と3段、2段と3段のみはない。

- ① 111111 1通り ② 222 1通り ③ 33 1通り
② 11112, 11121, 11211, 12111, 21111 5通り
②-2 1122, 1212, 1221, 2112, 2121, 2211 6通り
③ 1113, 1131, 1311, 3111 4通り
④ 123, 132, 213, 231, 312, 321 6通り

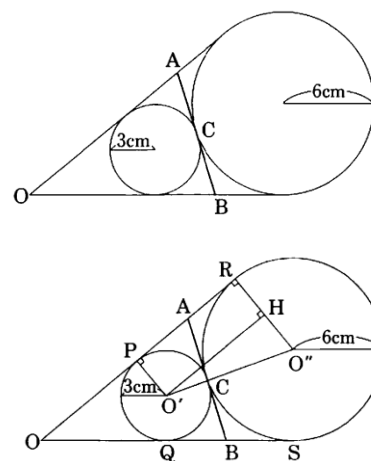
- 【問9】 次の図のように、半径3cmの円と半径6cmの円が点Cで接している。2つの円に接する3本の接線の交点をO、A、Bとすると、ABの長さはどれか。

【地上22年度】310_6

1 $3\sqrt{6}$ cm **2** $6\sqrt{2}$ cm 3 9 cm 4 $4\sqrt{6}$ cm

5 $6\sqrt{3}$ cm

【解説】 $\triangle O'HO''$ を作図し、三平方の定理を適用。AB=PR からABが求まる。



【問10】 フラワー・ショップに花束を発注したい。1本が600円、700円、1,500円、1,900円の4種類の花から2種類を計7本選ぶとき、代金の合計が8,100円となる選び方は全部で何通りあるか。(裁判所2013)_新20

1 1通り 2 2通り 3 3通り 4 4通り 5 5通り

【解説】 2種類だから、100円を省略し、6, 7, 15, 19の組合せで81になる物を探すこととなる。方針として大きな数字の本数と他の本数が7になり、値段が合せて1になる物を探す。値段(本数, 1の位) ; 19 (4, 6) (3, 7) (2, 8) (1, 9)

15 (5, 5) (4, 0) (3, 5) (2, 0) 7 (6, 2) (5, 5) (4, 8) (3, 1) (2, 4)

6 (5, 0) (4, 4) (3, 8) (2, 2) (1, 6)

以上から本数が足して7, 値段の1の位が1となる組合せを捜し, 条件を検討する。

19 (4, 6) と 15 (3, 5) $\Rightarrow 76+75=151$ ×

19 (3, 7) と 6 (4, 4) $\Rightarrow 57+24=81$ ○

15 (4, 0) と 7 (3, 1) $\Rightarrow 60+21=81$ ○ 他になく, 以上2通り

【問11】 5人が、グー、チョキ、パーを1回だけ出し合ってじゃんけんをするとき、「あいこ」になる確率として、正しいのはどれか。ただし、5人とも、グー、チョキ、パーを同じ確率で出す。【地上16年度】437_5

1 $51/81$ 2 $56/81$ 3 $61/81$ 4 $66/81$ 5 $71/81$

【解説】 あいこは、一人も勝ち負けが決まらない場合であり、勝ちがきまる余事象を考える。全部の組合せは、3通りを5人がそれぞれ出すから、 $3^5=243$ 通り

1人勝：グウの時、他はチョキ。同様に3通り、5人の場合があるから、15通り

2人勝：勝は3通りで、2人の組合せが、10通りで、30通り

3人勝：2人負けと同じだから、30通り

4人勝：1人負けと同じだから、15通り。全部で90通り。

$90 \div 243 = 10/27$ 余事象だから、 $17/27$ 。選択肢の分母81に合わせると3倍し $51/81$

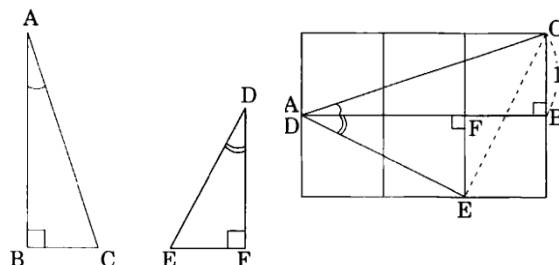
【問12】 図のような2つの直角三角形ABCとDEFにおいて、

$AB : BC = 3 : 1$

$DF : EF = 2 : 1$

$BC = EF$ が成り立つとき、 $\angle BAC$ と $\angle EDF$ との和はいくらか。【国税17年度】280_6

1 30° 2 40° 3 45° 4 50° 5 60°



【解説】 長さの比の関係から右図のように配置できれば、 $DE = EC$, そのなす角が90度と分かり、直角2等辺三角形45度が導き出される。

【問13】 100 から999 までの3桁の整数の中から、1 個の整数を無作為に選んだとき、選んだ整数の各位の数字の中に同じ数字が2 個以上含まれる確率として、正しいのはどれか。

【東京都23 年度】新_419

- 1 $5/25$ $7/25$ 3 $9/25$ 4 $11/25$ 5 $13/25$

【解説】 2 個以上から、3 個とも違う場合の余事象を考える。

100 の位は、1 から 9 までの 9 通り、10 の位は 0 から 9 までで 100 の位の数字を除くから 9 通り、1 の位は 0 から 9 までで 100 と 10 の位で使用した数字を除くから 8 通り。以上を組合せは、 $9 \times 9 \times 8 = 648$ 通りである。100 から 999 までの数字は $999 - 100 + 1 = 900$ であるからその確率は $648 \div 900$ 、余事象だから確率は、 $252/900 = 7/25$

【問14】 立方体の各面に、赤、青、黒、白、黄、緑の6 色を塗るとき、何通りの塗り方があるか。 【地上4 年度】新376_2

- 1 24 通り 30 通り 3 36 通り 4 42 通り 5 48 通り

【解説】 1箇所を固定すると裏面は残りの5種類のどれかであるから5通り。残り4種は、周りに配列するが円順列であるから1つを固定し他の並びだから、 $3! = 6$ 通り。よって、 $5 \times 6 = 30$ 通り

【問15】 サイコロを3回投げて、1 回目に出た目を a、2 回目に出た目を b、3 回目に出た目を c とするとき、 $a = b \times c$ である確率はいくらか。 【国II 18 年度】402_1

- 1 $7/72$ 2 $2/27$ $7/108$ 4 $1/18$ 5 $5/108$

【解説】 サイコロを3回投げるとそれぞれの回には $1/6$ の確率であるから、 $1/216$

$a = b \times c$ となる場合を数える。a が1の場合 b c が11で1通り、a が2から6の場合 b c のどちらか1方が1であれば成り立つから、全部で $5 \times 2 = 10$ 通り、a が4の場合22, 6の場合23, 32, 以上の14通りである。よって、 $14 \div 216 = 7/108$