

【問1】「10, 11」のように2つの連続する2ケタの整数を、それぞれ2乗して足し合わせた数のうち、一の位が3となるのは90以下の数字にいくつあるか。【国税専門24年度】17_5*

- 1 12 2 14 3 16 4 18 5 20

【解説】1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 までの連続する数字をそれぞれ2乗した一の位は、1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1 である。2つの数字を足し合わせて3になるのは、2と3と、8, 9の二つである。これは、11から19までに2個あることを示す。すると、10から90までは、8倍するから16個ある。

【問2】 $17^{31}+13^{27}$ の一の位の数として正しいものは、次のうちどれか。【市役所14年度】

16_1*

- 1 0 2 2 3 4 4 6 5 8

【解説】一の位だけを問題にする場合、他の位は無視できる。一の位だけ考えた指数の性質を理解する。 $7 \times 7 = 7^2 = 49 \Rightarrow 9$, $7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4 = 81 \Rightarrow 1$, $(7^4)^2 = 7^8 = 1$
 $17^{13} + 13^{27} = 7^{31} + 3^{27} = 7^{4 \times 7 + 7^3} + 3^{4 \times 6 + 3^3} = 3 + 27 = 0$

【問3】5で割ると2余り、6で割ると3余り、7で割ると4余る自然数のうち、最も小さい数の各位の数字の和はどれか。【地上21年度】50_1* ‘

- 1 9 2 12 3 18 4 24 5 30

【解説】数字を当てはめて規則性を見出して共通する数字を推理する手段もあるが、条件をよく見て、余るならばいくつ足りないかを考える。条件の全てが3足りないことが分かれば、割り切れると考えて共通の数字から3を引けばよいこととなる。すなわち、5, 6, 7, の最小公倍数を求めると、210が得られ、これから3を減算し207を得る。これが正しいか否かは、計算してみればよい。★最小公倍数の求め方は、テキスト9ページ★

【問4】ある町にはA寺、B寺という2つの寺があり、大晦日の夜12時ちょうどからどちらの寺も除夜の鐘をつき始める。A寺の鐘は30秒に1回、B寺の鐘は40秒に1回鳴るが、このとき、B寺の鐘が108回鳴る間に除夜の鐘は何回聞こえることになるか。ただし、除夜の鐘はそれぞれ108回つくものであり、2つの寺の鐘が同時に鳴るときは1回と数えるものとする。【市役所15年度】39_5**

- 1 188回 2 189回 3 190回 4 191回 5 192回

【解説】それぞれの寺が108回つくから両者で216回であるが、重なって鳴る回は、2回カウントしているので重なり回数を減算することが必要である。

30秒と40秒の最小公倍数である120秒ごとに同時に鳴り、30秒の鐘は4の倍数の回に1回重なって鳴るから、 $108 \div 4 = 27$ が同時に聞こえる。よって $108 \times 2 - 27 = 189$

【問5】600台の自動車が駐車できる大型駐車場がある。この駐車場では、1台目の駐車スペースを1番、2台目の駐車スペースを2番としているが、「4」「9」の数字は使わないことになっており、したがって、4台目の駐車スペースは5番である。この駐車場の494台目の駐車スペースの番号として正しいものはどれか。【地上14年度】65_9** ‘

- 1 505番 2 515番 3 678番 4 756番 5 867番

【解説】10進数の数字の内、4, 9の2個を使用しないから、8進数で表したものと同じになる。494を8進数に変換すると⑦56となる。10進数の0123456789は4と9を除き、0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8の8個である。

0→0, 1→1, 2→2, 3→3, 4→5, 5→6, 6→7, 7→8, で表されるから, 7は8, 5は6, 6は7 となり, 867

【問6】 図は, 1~16までのそれぞれ異なる整数を, 縦, 横, 対角線の和がいずれも等しくなるようにマス目に入れた一部を示したものである。A, Bにそれぞれ当てはまる整数の和として, 正しいのはどれか。

1			4
8		11	B
A		7	9
	3		

1	15	14	4
8	10	11	5
12	6	7	9
13	3	2	16

【特別区 2015】 88_6**改

① 17 2 18 3 19 4 20 5 21

【解説】 4の魔方陣は覚えましょう。出題パターンは一つのみで少しのアレンジだから, 方程式を立てるより速く解答できる。

【問7】 平面上にそれぞれ平行でない9本の直線があり, 3本以上のどの直線も1点で交わらないとき, これらの直線によって平面はいくつに分けられるか。【地上 14年度】104_8**改

1 31個 2 35個 3 37個 ④ 46個 5 50個

【解説】 1本から絵を描いて順番に検討し, その増加の傾向を推定する。1本では2で, その後は, 4, 7, 11, 16, 22, 29, 37, 46となる。これは, 1本増えるごとにその時の本数分増える関係にある。(これは階差数列でその差は1, 2, 3, 4, 5・・・と単純に増えている)

【問8】 正の整数 a, bがあり, $a < b$ であるとき, 次の式における a, bの組合せの数として, 正しいのはどれか。【特別区 25年度】136_2

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10}$$

1 2組 2 3組 ③ 4組 4 5組 5 6組

【解説】 両辺に $10ab$ を掛けると, $10b+10a=ab, \Rightarrow 10(a+b) = ab \Rightarrow ab-10a-10b=0 \Rightarrow (a-10)(b-10) = 100$

二つの数を掛けて100になるのは, (1,100) (2,50) (4,25) (5,20) (10,10) の組合せである。 $a < b$ だから (11, 110) (12, 60) (14, 35) (15, 30) の4つの組合せのみである。

【問9】 A, Bの2人が自転車に乗ってそれぞれ一定の速さで進んでおり, Bの速さはAの速さよりも1m/s だけ速い。Aが全長220mのトンネルに進入した8秒後にBもトンネルに入り, Aがトンネルを抜けた6秒後にBもトンネルを抜けたとすると, Aの速さは何m/sか。【H24 栃木県】*

1 6m/s 2 7m/s 3 8m/s 4 9m/s ⑤ 10m/s

【解説】 Aの速さを a とすると, $\text{距離} \div \text{速さ} = \text{時間より}$ $220 \div a = 220 \div (a+1) + 2 \Rightarrow (a-10)(a+11) = 0 \therefore a = 10$ 参考: 110mで1秒の差がつき両者の速度差1mだから10と11

【問10】 果汁10%のオレンジジュースがある。これに天然水を加え, 果汁6%のオレンジジュースにした。次に, 果汁4%のオレンジジュースを500g加えたところ, 果汁5%のオ

レンジジュースになった。天然水を加える前のオレンジジュースは、何 g あったか。【地上 15 年度】 239_2*

- 1 210g 2 240g 3 270g **4** 300g 5 330g

【解説】 <ジュース×濃度=果汁> 6%のジュースを x とすると (x , 6%, $0.06x$) 加えたのは (500, 4%, 20), その結果 5%になったから ($x+500$, 5%, $0.05x+25$) 果汁は単純に加算できるから, $0.06x+20=0.05x+25$ より $x=500$ 6%のジュースの果汁は, $500 \times 0.06=30$ これは天然水を加える前の果汁と同じであるから, 最初は 300 g

【問 1 1】 ある橋を, 全長 110m の普通列車が渡りきるのに 43 秒かかった。また, 全長 150m の急行列車が普通列車の 1.5 倍の速度でこの橋を渡りきるのに 30 秒かかった。急行列車の速度は, 毎時何キロメートルか。ただし, それぞれの列車の速度は一定とする。

【市役所 20 年度】 208_0**

【解説】 普通速度 X とし, 急行は $1.5X$, 橋の長さ Y

速さ×時間=距離に代入, $43X=110+Y$ ①, $30(1.5X)=150+Y$ ②

①と②の連立式を解き, 得られた 30 秒を時速に変換する。30m/秒=30×3600 秒=108km/時

- 1 72 km/時 2 86 km/時 **3** 108 km/時 4 116 km/時 5 132 km/時

【問 1 2】 A は自宅が古くなったので, B 及び C の 2 人を雇ってリフォームを行った。B 及び C に支払う 1 日当たりの賃金はそれぞれ 3 万円と 2 万円で, 2 人に支払った賃金の合計は 160 万円になった。また, この仕事を B が 1 人ですべて行くと 50 日かかり, C が 1 人ですべて行くと 100 日かかるという。BC で作業を行った場合の B の作業日数は何日か。

【国 II 2004】 255_1* ‘

- 1 30 日 2 34 日 3 36 日 4 38 日 **5** 40 日

【解説】 B, C の作業日数を X 日, Y 日とすると, 支払金額から, $3X+2Y=160$ ①

この仕事量を 100 とすると, B と C で 100 の仕事をこなし, A の仕事量は 2, B は 1 であるから, $2X+Y=100$ ② \Rightarrow ①, ②から, $2②-① \Rightarrow X=40$, $Y=20$

【問 1 3】 映画館で切符を売り始めたとき, 既に行列ができており, 毎分 20 人の割合で人が行列に加わるものとする。窓口が 1 つのときは 1 時間で行列がなくなり, 窓口を 5 つにすると 6 分で行列がなくなる。切符を売り始めたときに並んでいた人数はどれか。ただし, どの窓口も 1 分間に同じ枚数を売るものとする。 【地上 16 年度】 265_3**

- 1 920 人 **2** 960 人 3 1,000 人 4 1,040 人 5 1,080 人

【解説】 最初の人数を X , 1 つの窓口の処理が毎分 Y 人, 並ぶ人が毎分 20 人だから, $X+20 \times 60=60Y$ ① 窓口を 5 つにすると, $X+6 \times 20=5 \times 6Y$ ② \Rightarrow ①, ②から $X=960$

【問 1 4】 次の図のような, 辺 $AB=13\text{cm}$, 辺 $BC=16\text{cm}$ とする長方形 ABCD と, 辺 AB, 辺 BC, 辺 CD, 辺 AD 上の点 E, 点 F, 点 G, 点 H で囲まれた四角形 EFGH がある。今, 点 E, 点 F, 点 G, 点 H から辺 CD, 辺 AD, 辺 AB, 辺 BC に垂線を引き, それぞれの交点を Q, R, O, P とすると, $EO=6\text{cm}$, $FP=9\text{cm}$ となった。このとき, 四角形 EFGH

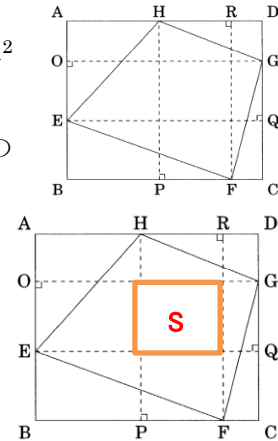
の面積はどれか。【特別区 26 年】 297_8**'

- 1 104cm² 2 119 cm² 3 124 cm² 4 131 cm²
 5 144 cm²

【解説】 図の S の部分を除くと四角形 EFGH の面積は全体の面積の半分である。

S は、 $S=6 \times 9=54$ だから、

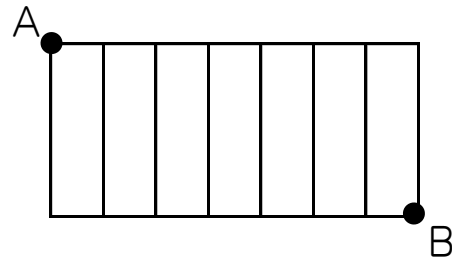
$(13 \times 16 - 54) \div 2 = 77$ 。これに S を加えるとよいから、 $77 + 54 = 131$ が得られる。



【問 1 5】 図のような縦に 8 本横に 2 本の道がある。A 地点から B 地点まで、同じ道を 2 回通ることなく行く方法は何通りか。ただし、必ずしも最短経路を通らなくてもよいものとする。

【国 II 8 年度】 378_4'

- 1 32 通り 2 48 通り 3 64 通り
 4 96 通り 5 128 通り



【問 1 6】 1 桁の数 a, b を用いて次のように表

される 6 桁の数があり、11 と 13 のいずれでも割り切れるとき、a と b の和はいくらか。

【国 II 18 年度】 34_0

$$42 \overline{a} \overline{b} 72$$

- 1 11 2 12 3 13 4 14 5 15

【解説】 11 と 13 の最小公倍数は、143。1 の位が 2 になるから $143 \times 4 = 572$ 、 $42ab00$ が 143 の倍数であるから、143 を何倍かして 42 に続く数字を捜すと、3 倍すれば 429 となる。 429000 は 143 の倍数であり、これに 143 の倍数である 572 を加えても 143 の倍数であるから、 429572 を得る。ab は、95 であるから、その和は 14

【問 1 7】 1 ~ 9 の異なる 9 つの整数が 1 個に 1 つずつ書かれた 9 個のボールが入った袋から、無作為に 2 個のボールを取り出すとき、2 個のボールに書かれた整数の積が偶数になる確率として、正しいのはどれか。【東京都 26 年度】 436_1*

- 1 11/18 2 13/18 3 15/18 4 16/18 5 17/18

【解説】 2 個を取り出す場合の数は、 ${}_9C_2 = 36$ 2 個の整数の積が偶数ということは、1 個でも偶数であれば偶数だから、2 個とも奇数以外であれば偶数となる。奇数を 2 個取る場合の余事象を考える。 13579 から 2 個取る場合の数は ${}_5C_2 = 10$ $\therefore 1 - 10/36 = 26/36 = 13/18$

【問18】今日は2016年8月5日で金曜日である。それでは、東京オリンピックが開催される予定の2020年7月24日は、何曜日か。

- 1 日曜日 2 月曜日 3 木曜日 4 金曜日 5 土曜日

【解説】2020年8月5日は、4年であり、その間に閏日は2020年の1回のみであるから、5日だけ曜日が進み、その日は水曜日となる。7月24日から8月5日までは12日あるから、14日前が水曜日だから金曜日となる。【新】p.49

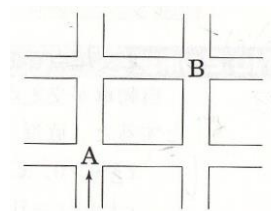
【問19】午後1時をすぎて時計の長針と短針が重なってから、次に長針と短針が重なるのは、時刻として正しいのはどれか。【市役所18年度】162_1*改

- 1 2時 $10\frac{5}{11}$ 分後 2 2時 $10\frac{6}{11}$ 分後 3 2時 $10\frac{7}{11}$ 分後 4 2時 $10\frac{9}{11}$ 分後 5
2時 $10\frac{10}{11}$ 分後

【解説】X分後として、長針が短針より速く動き、長針は1分で6度(360度÷60分)、短針は1分で0.5度(30度÷60分)。1時すぎに重なって次に重なるのは2時すぎだから、0時から2時までの60度を加えて、二つの針が重なる時間、すなわち同じ角度となる時間を求める。長針は6度でX分の角度、短針は0.5度でX分の角度と60度だから、 $6X - (0.5X + 60) = 0 \Rightarrow 5.5X = 60 \Rightarrow X = 60 \div 5.5 \Rightarrow 10\text{分と}10/11\text{分}$

【問20】図のような道路があり、4つの交差点とも、通過する自動車のうち、直進、左折、右折するものの割合はそれぞれ一定であり、直進するものの割合が最も高い。また、この割合はどの交差点も同じである。今、矢印の方向から交差点Aに入ってきた自動車のうち、交差点Bに至ったものの割合が16%であったとすると、次の記述のうち確実であるのはどれか。ただし、自動車がAからBまで進むときは最短経路で進むものとし、また途中でUターンはしないものとする。 【国II元年度】新**

- 1 交差点を直進する自動車の割合は80%である。
2 交差点を直進する自動車の割合は50%である。
3 交差点を左折する自動車の割合は40%である。
 4 交差点を右折する自動車の割合は20%である。
5 交差点を右折する自動車の割合は8%である。



【解説】交差点Aに入ってきた自動車をX台とする。

それぞれの進行方向割合として、直進をa、右折をb、左折をcとする。交差点Bに入ってくるのは、Aを直進し、次の交差点で右折した車と、Aで右折し次の交差点で左折した車の合計で、これがXの16%である。

以上の条件を、式で表す。

$$X \times a \times b + X \times b \times c = X \times 0.16 \quad ab + bc = 0.16 \Rightarrow b(a + c) = 0.16 \text{①}$$

また、 $a+b+c=1 \Rightarrow a+c=1-b$ ② ②を①に代入し、 $b(1-b)=0.16$

この式は、 b と $(1-b)$ をみると、足して1、掛けて0.16となる b を見つけることである。

$2 \times 8 = 16$ から、 b が0.2又は0.8であることが分かり、直進が最も多いから右折の b は0.2となる。なお、 $a+c$ は、0.8と分かるがそれぞれの値はわからない。