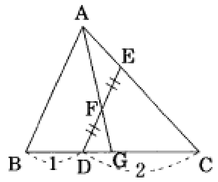
25 三角形と面積，26 円＜p.288～321＞

【問１】　図の三角形 ABC において，辺 BC は 3cm であり，これを 1：2 に分けた点 D がある。辺 AB と平行に D から直線を引き，辺 AC との交点を E とする。　このとき，辺 DE の中点 F を通る点 A からの直線と辺 BC の交点を G とすると，BG は何 cm か。【市役所 17 年度】281_1'*

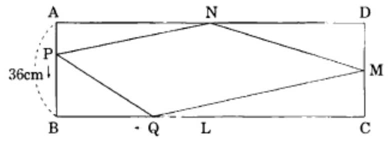


1　1.2cm　　2　1.3cm　　$\boxed{3}$　1.5cm　　4　1.6cm　　5　1.8cm

【解説】相似の関係を用いる。△CAB∽△CED は 3：2 だから，AB：ED も 3：2，F が ED の中点だから AB：FD＝3：1

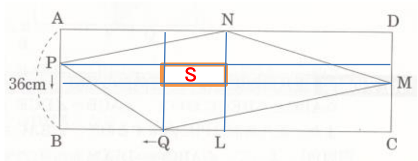
DG を X とすると，（1＋X）：X＝3：1　⇒　3X＝1＋X　⇒　X＝0.5　∴　BG＝1.5

$\boxed{【問２】}$　下図のように，長方形 ABCD において，辺 AB の長さを 36cm，辺 BC，CD，DA の中点をそれぞれ L，M，N とする。点 A から点 B に向かって秒速 1cm で移動する点 P と，点 L から点 B に向かって秒速 2cm で移動する点 Q が同時に出発するとき，四角形 PQMN の面積が最大になるのは出発してから何秒後か。ただし，辺 BC の長さは辺 AB の長さの 4 倍より大きい。【地上 14 年度】299_12**



$\boxed{1}$　9 秒後　　2　12 秒後　　3　15 秒後　　4　18 秒後　　5　21 秒後

【解説】四角形□PQMN の面積は，□ABCD から真ん中の□S を除いた半分に□S を足した値である。□ABCD の横幅を a とすると，t 秒後の位置から関係式を作る。



S は，S＝2ｔ×（18－ｔ）＝36ｔ－2ｔ^2

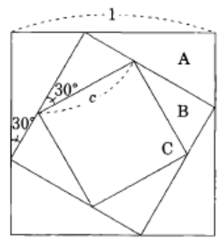
□PQMN＝（36ａ－S）÷2＋S

S を代入　（36ａ－（36ｔ－2ｔ^2））÷2＋（36ｔ－2ｔ^2）＝18ａ－18ｔ＋ｔ^2＋36ｔ－2ｔ^2

＝－ｔ^2＋18ｔ＋18ａ　⇒　最大値は－2ｔ＋18＝0 のｔだから，ｔ＝9（秒）

【問３】　図のように，１辺の長さが１の正方形 A に内接し，かつ，30°傾いた正方形を正方形 B とする。同様に，正方形 B に内接し 30°傾いた正方形を正方形 C とすると，正方形 C の１辺の長さ c として正しいのはどれか。　　　【国Ⅱ15 年度】283_7**

1　$\sqrt{\frac{2}{3}}$　　2　$\frac{3}{4}$　　3　$\sqrt{3}-1$　　4　$\frac{1}{\sqrt{2}}$　　$\boxed{5}$　$4-2\sqrt{3}$



【解説】30 度の直角三角形の辺の長さの関係は，2：1：$\sqrt{3}$

　四角形Ｂの１辺長さは，S＝1／2ｃ＋1／2ｃ$\sqrt{3}$　①

４角形Ａの１辺長さは，（1／2）S＋（1／2）S$\sqrt{3}$＝1　　②

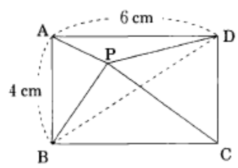
①②よりｃを計算する。①×2　2S＝ｃ（1＋$\sqrt{3}$）　③

また，②×4　2S＋2S$\sqrt{3}$＝4　⇒　2S（1＋$\sqrt{3}$）＝4　④

③を④に代入　ｃ（1＋$\sqrt{3}$）（1＋$\sqrt{3}$）＝4　⇒　両辺に（$\sqrt{3}$－1）を掛け

ｃ2（1＋$\sqrt{3}$）＝4（$\sqrt{3}$－1）　⇒　ｃ＝　2（$\sqrt{3}$－1）／（$\sqrt{3}$＋1）　両辺に（$\sqrt{3}$－1）を掛け，（$\sqrt{3}$－1）^{2}＝　3－2$\sqrt{3}$＋1＝4－2$\sqrt{3}$

$\boxed{【問４】}$　次の図の四角形 ABCD は長方形で，AB＝4cm，AD＝6cm である。△ABP と△CDP の面積の比が 1：2，△ADP と△BCP の面積の比が 1：3 のとき，△BDP の面積として正しいのはどれか。　【地上 13 年度】292_2*



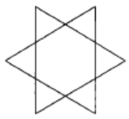
1　3 cm²　　2　4 cm²　　$\boxed{3}$　5 cm²　　4　6 cm²　　5　7 cm²

【解説】P の位置を求める。三角形の面積は底辺×高さの半分である。底辺が同じ長さであれば，面積は高さに比例するから，△ABP と CDP の底辺が 4cm で等しく面積が 1：2 であるから，P の位置は辺 AB から 2cm で ABP の面積は 4 ㎠である。

同じく ADP は，3 ㎠　△ABP は ABCD の半分であるから，12 ㎠で，ABP と ADP の面積である 7 ㎠を引くと，5 ㎠

【問５】　図Ⅰは，１辺の長さが等しい２つの正三角形を，重心を中心として 60°回転させて重ねたものである。この図形の隣り合う各頂点を直線で結び，さらに，内側の正六角形の頂点を１つおきに結ぶと，図Ⅱで示される図形となる。このとき，図Ⅱにおいて，一番外側にできた正六角形の面積は，一番内側にできた正六角形の面積の何倍か。　【国税専門 16 年度】293_3*

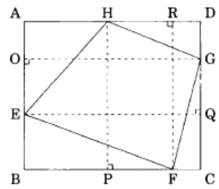
1　6 倍　2　$4\sqrt{3}$ 倍　3　$6\sqrt{2}$ 倍　$\boxed{4}$　9 倍　5　$6\sqrt{3}$ 倍


図Ⅰ


図Ⅱ

【解説】相似な図形の面積は１辺の長さの自乗に比例する。一番小さな正六角形の１辺の３倍が外側の大きな正六角形であるから，9 倍となる。

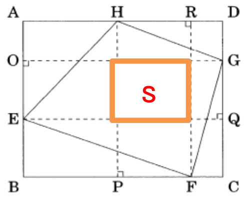
【問６】　次の図のような，辺 AB＝13cm，辺 BC＝16cm とする長方形 ABCD と，辺 AB，辺 BC，辺 CD，辺 AD 上の点 E，点 F，点 G，点 H で囲まれた四角形 EFGH がある。今，点 E，点 F，点 G，点 H から辺 CD，辺 AD，辺 AB，辺 BC に垂線を引き，それぞれの交点を Q，R，O，P とすると，EO＝5cm，FP＝6cm となった。このとき，四角形 EFGH の面積はどれか。【特別区 26 年】297_8**



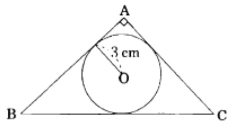
1　104cm²　$\boxed{2}$　119 cm²　3　124 cm²　4　134 cm²　5　144 cm²

【解説】図の S の部分を除くと四角形 EFGH の面積は全体の面積の半分である。

S は，S＝5×6＝30　だから，（13×16－30）÷2＝89。これに S を加えるとよいから，から，89＋30＝119　が得られる。



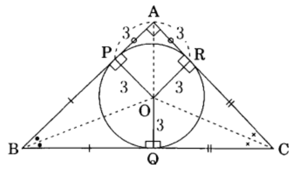
【問７】　次の図のように，面積 54cm² の直角三角形 ABC に半径 3cm の円 O が内接している。このとき，辺 BC の長さはいくらか。　【地上 12 年度】298_10*



1　14 cm　$\boxed{2}$　15 cm　3　16 cm　4　17 cm　5　18 cm

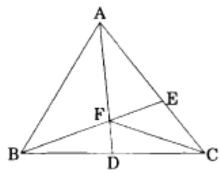
【解説】□APOR は 3×3 の正方形，全体が 54 からこの部分を除くと 45　残りの部分を２分すれば△BCO の面積である。

BC×3÷2＝45÷2　⇒　BC＝15



【問８】　下の図の△ABC で，辺 BC の中点を D，辺 AC を 3 : 2 に分ける点を E，AD と BE の交点を F とするとき，△BDF と△CEF の面積比として正しいものは，次のうちどれか。【地上 14 年度】299_11**

1　1 : 2　2　2 : 3　3　3 : 4　4　4 : 5　$\boxed{5}$　5 : 6



【解説】△BCE において，D は BC の中点，D を通って BE に並行だから，DG×2＝BE　①

AE : EC＝3 : 2，G は EC の中点だから　⇒　AG : AE＝4 : 3

△ADG において，DG : FE＝4 : 3 ②

①から，BE : DG＝2 : 1＝8 : 4　　②から BE : FE＝8 : 3

∴BF : FE＝5 : 3

△CBF と△CEF は底辺 BF と FE の比が 5 : 3 で高さが等しいから，

△CBF : △CEF＝5 : 3

△CBF の半分と△CEF だから，5／2 : 3＝5 : 6