

p.10-55

【問1】 $17^{13}+13^{17}$ の一の位の数として正しいものは、次のうちどれか。【市役所 14 年度】

16_1*

1 0 2 2 3 4 4 6 5 8

【解説】78% 一の位だけを問題にする場合、他の位は無視できる。一の位だけ考えた指数の性質を理解する。 $7 \times 7 = 7^2 = 49 \Rightarrow 9$, $7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4 = 81 \Rightarrow 1$, $(7^4)^2 = 7^8 = 1$
 $17^{13} + 13^{17} = 7^{13} + 3^{17} = 7^{4 \times 3} \times 7^1 + 3^{4 \times 4} \times 3^1 = 7 + 3 = 10$

★指数法則は、テキスト 15 ページ★

【問2】 ある自然数に対して 5 で割る操作を繰り返す。5 で割り切れるときは商を改めて対象とし、5 で割り切れないときは 1 を引いた数を改めて対象として同じ操作を繰り返す。このようにして結果が 0 になったところで操作を終了する。たとえば、2 と 5 はともに 2 回で操作が完了する。では、操作がちょうど 4 回で終了する数はいくつあるか。【市役所 12 年度】 18_6**

1 8 2 9 3 10 4 11 5 12

【解説】49% 問題をよく読み、理解して例を検討する。2 は 2 回で操作が完了する、すなわち 0 になる。2 は 5 で割り切れないから $\rightarrow 1$ ①, 1 は 5 で割り切れないから $\rightarrow 0$ ②
 5 は 5 で割り切れるから商は 1 ①, 1 は 5 で割り切れないから $\rightarrow 0$ ②
 2 も 5 も 1 になってから 0 になっている。

4 回目で 0 になるには、3 回目が 1 であることが必要である。2 回目は 2 又は 5 である。1 回目は、割り切れずに 1 を引く 3, 又は割切れて 2 になる 10 がある。更に、割り切れずに 1 を引いて 5 になる 6, と割切れて 5 になる 25 がある。

そして、最初の 0 回目は、1 を引いて 3, 10, 6, 25 になるものと、5 で割って 3, 10, 6, 25 になるものの 8 個がある。

すなわち、4, 11, 7, 26 と、15, 50, 30, 125 である。

【問3】 $\sqrt{10800 \div m}$ が整数となるような自然数 m は、全部で何個か。【地上 22 年度】 30_1*

1 10 個 2 11 個 3 12 個 4 13 個 5 14 個

【解説】51% $\sqrt{\quad}$ の値が自然数となるのは、 $\sqrt{\quad}$ の中が 2 乗の形で表される場合である。10800 を素因数分解すると、 $2^4 \times 3^3 \times 5^2$ となり、この値を m で割って 2 乗が維持されれば自然数となる。 m を $2^p \times 2^q \times 2^r$ の形で表すと、 pqr はそれぞれ、024, 13, 02 となる。この組合せだから $3 \times 2 \times 2 = 12$

【問4】 1 桁の数 a , b を用いて次のように表される 6 桁の数があり、13 と 17 のいずれでも割り切れるとき、 a と b の和はいくらか。【国Ⅱ 18 年度】 34_0**

2 6 \boxed{a} \boxed{b} 2 6

1 8 2 9 3 10 4 11 5 12

【解説】36% 13 と 17 の最小公倍数は、221。1 の位が 6 になるから $221 \times 6 = 1326$, $26ab00$ が 221 の倍数であるが、既に 1326 が分かっているからこれを 2 倍すると 265200 が得られ、1326 加算すると、266526 を得る。

【問5】 504の約数の個数として、正しいのはどれか。【地上21年度】38_1*

- 1 12個 2 15個 3 20個 4 24個 5 30個

【解説】69% 504を素因数分解すると、 $2^3 \times 3^2 \times 7^1$ であり、約数は、 $4 \times 3 \times 2 = 24$

【問6】 A～Dの4人が、100点満点の試験を受けた。4人の得点について、次のことが分かっているとき、Aの得点とBの得点を足し合わせた得点はどれか。ただし、試験の得点はすべて整数とし、0点の者はいないものとする。【国家専門25年度】39_4*

Aの得点は、Bの得点の $\frac{5}{7}$ 倍であった。

Bの得点は、Cの得点の $\frac{5}{3}$ 倍であった。

Cの得点は、Dの得点の2倍であった。

- 1 36点 2 60点 3 96点 4 120点 5 144点

【解説】49% 1番目の条件から、 $A = \frac{5}{7}B$ ① これからBは7の倍数である。

また、 $B = \frac{7}{5}A$ とも表せるから、Aの得点は5の倍数である。

2番目の条件から $B = \frac{5}{3}C$ ② これからBは5の倍数でもある。よって、Bは5と7の

両者の倍数だから35の倍数で、35点と70点が候補となる。

Bが35点の場合と70点の場合について、条件に当てはめる。Bが35点では、Aは25点、

Cは②式を変形し、 $C = \frac{3}{5}B$ から、 $C = 21$ となるが、3番目の条件であるCが偶数である条件を満たさない。Bが70点の場合は、Cは42点、Aは①式から50点となる。

【問7】 6で割ると3余り、7で割ると4余り、8で割ると5余る自然数のうち、最も小さい数の各位の数字の積はどれか。【地上21年度】50_1*

- 1 9 2 12 3 18 4 24 5 30

【解説】19% 数字を当てはめて規則性を見出して共通する数字を推理する手段もあるが、条件をよく見て、余るならばいくつ足りないかを考える。条件の全てが3足りないことが分かれば、割り切れると考えて共通の数字から3を引けばよいこととなる。すなわち、6、7、8の最小公倍数を求めると、168が得られ、これから3を減算し165を得る。これが正しいか否かは、計算してみればよい。★最小公倍数の求め方は、テキスト9ページ★

【問8】 3年に1回開催される会議がある。ある年の2月1日(木)に第1回の会議が行われたとすると、第2回会議の開催日として可能性のあるのは次のうちどれか。ただし、閏年は4年に1回とする。【地上13年度】50_5**

- 1 2月1日(火) 2 3月1日(日) 3 3月15日(月) 4 4月1日(金)
5 4月10日(水)

【解説】43% 閏年のない平年は、1年が365日で翌年は曜日が1日後へずれる。閏年では、366日だから2日ずれる。3年間に閏年がなければ3日ずれ日曜日、閏年があれば4日ずれ月曜日となり、火曜日はあり得ないので選択肢1の2月1日が該当しない。他の選択肢は第1回開催年から第2回開催年まで2月を4回含むので、必ず閏年があることになり、4日ずれ月曜日となるから、3月15日